MACS – 11º Ano

4ª Aula

Prof. Álvaro Velosa

Exercício:Exame 2018-1ª Fase (8.2)

Em maio de 2017, Mariana analisou os gastos em viagens dos clientes da agência e verificou que, nesse mês, os clientes gastaram, em média, 1200 euros, com um desvio padrão de $\boldsymbol{a}$ euros.

Nessas condições, para uma amostra de dimensão 100, o desvio padrão da distribuição de amostragem da média é bem aproximado pelo valor 8.

Assim, o valor de $\boldsymbol{a}$ é:

(A) $0{,}8$ (B) 8 (C) 80 (D) 800

Proposta de resolução

Em maio de 2017, Mariana analisou os gastos em viagens dos clientes da agência e verificou que, nesse mês, os clientes gastaram, em média, 1200 euros, com um desvio padrão de $\boldsymbol{a}$ euros. Nessas condições, para uma amostra de dimensão 100, o desvio padrão da distribuição de amostragem da média é bem aproximado pelo valor 8.

Dados:

- População: $\mu = 1200$; $\sigma = \boldsymbol{a}$

- Amostra: $n = 100$; $\sigma_{\bar{x}} = 8$

Como $n \geq 30$, pelo teorema do limite central temos que a distribuição de amostragem da média pode ser representada por um modelo normal.

$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ isto é $\bar{X} \sim N(1200, 8)$

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow 8 = \frac{\boldsymbol{a}}{\sqrt{100}} \Leftrightarrow 8 = \frac{\boldsymbol{a}}{10} \Leftrightarrow a = 8 \times 10 = 80$

R: (C)

Intervalos de confiança para o valor médio

Trabalhamos anteriormente a estimativa pontual. No entanto, existem muitas situações em que é preferível estabelecer estimativas por intervalos.

Num hipermercado pretende-se estimar o tempo médio de espera, μ, nas caixas registadoras.

O tempo médio de espera seria de 8 minutos (estimativa pontual) ou poderia oscilar entre 6 e 10 minutos (estimação por intervalo).

Podemos afirmar, com grande confiança, que o intervalo definido por

$]8 - 2; 8 + 2[$ contém o tempo médio.

A este tipo de intervalo chamamos **intervalo de confiança**.

Intervalo de confiança de um parâmetro é um intervalo no qual temos alguma confiança que contenha o verdadeiro valor do parâmetro. A essa confiança chamamos <u>nível ou grau de confiança</u>.

Um **intervalo de confiança** tem a forma:

]estatística – margem de erro; estatística + margem de erro[

A estatística estima o parâmetro desconhecido e a margem de erro (ε) indica a precisão da estimativa.

O **nível de confiança** indica a confiança que temos em que o intervalo contenha o valor do parâmetro.

Supondo que queremos um intervalo de confiança para um parâmetro desconhecido, com um **grau de confiança de 95%**, isto significa que, se construirmos **100 intervalos de confiança**, a partir de 100 amostras, de igual dimensão, esperamos que **95 deles contenham o valor do parâmetro a estimar**.

Existe uma **margem de erro de 5%,** isto é, esperamos que **5 dos 100 intervalos não contenham o verdadeiro valor do parâmetro.**

- Para determinarmos um intervalo de confiança para o valor médio, necessitamos de conhecer a distribuição de amostragem da média.

- Pelo teorema do limite central, sabemos que para uma população com valor médio, μ, e desvio padrão, σ, a distribuição de amostragem da média, $\bar{X}$, pode ser aproximada por uma distribuição normal de valor médio μ e desvio padrão $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para n suficientemente grande ($n \geq 30$). A partir desta informação constroem-se intervalos de confiança para o nível de confiança requerido.

- Podemos obter intervalos de confiança entre 0% e 100%, no entanto, os mais utilizados são de 90%, 95%, e 99%.

- Dada uma população com desvio padrão, σ, o **intervalo de confiança** para o valor médio, μ

$$\left]\bar{x} - \mathrm{z} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + \mathrm{z} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right[$$

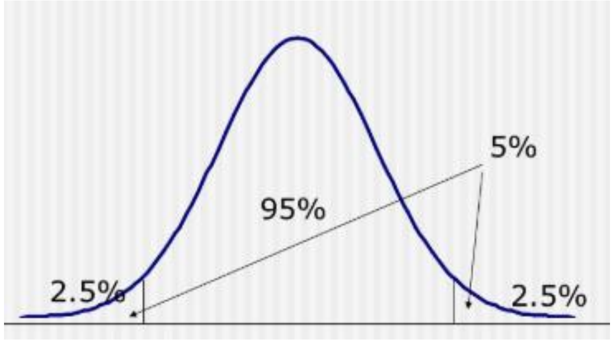
em que z depende do nível de confiança requerido.

Valores de z para os níveis de confiança mais usuais:

Nível de confiança	**90%**	**95%**	**99%**
Z	1,645	1,960	2,576

O intervalo de confiança para o valor médio com uma confiança de 95% é da forma:

$$\left]\bar{x} - 1{,}960 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + 1{,}960 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right[$$



$\bar{x} - 1{,}960 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\quad \bar{x} \quad$ $\bar{x} + 1{,}960 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Exercício:Exame 2015-1ª Fase (5.3)

5. O GAP levou a cabo um inquérito a 200 condutores encartados, selecionados ao acaso, com o intuito de saber quantos exames de condução realizaram até ficarem encartados.

5.3. Os 200 condutores inquiridos foram também questionados relativamente ao número de horas que dedicaram à preparação do exame de condução.

Os dados obtidos permitiram concluir que os inquiridos gastaram uma média de 30,2 horas na preparação do exame, com um desvio padrão de 3,4 horas.

Defina um intervalo com 95% de confiança para o número médio de horas que os encartados dedicaram à preparação do exame de condução.

Apresente os extremos do intervalo de confiança arredondados às décimas, explicitando os valores usados no cálculo.

Proposta de resolução

> **5.3.** Os 200 condutores inquiridos foram também questionados relativamente ao número de horas que dedicaram à preparação do exame de condução.
> Os dados obtidos permitiram concluir que os inquiridos gastaram uma média de 30,2 horas na preparação do exame, com um desvio padrão de 3,4 horas.
> Defina um intervalo com 95% de confiança para o número médio de horas que os encartados dedicaram à preparação do exame de condução.
> Apresente os extremos do intervalo de confiança arredondados às décimas, explicitando os valores usados no cálculo.

Dados:

n = 200; $\bar{x}$ = 30,2 horas;

s = 3,4 horas;

Nível de confiança de 95%:

z = 1,960

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

Intervalo de confiança para o valor médio:

$$\left]\bar{x} - \mathrm{z} \times \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + \mathrm{z} \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right[=$$

$$= \left]30{,}2 - 1{,}960 \times \frac{3{,}4}{\sqrt{200}} ;\ 30{,}2 + 1{,}960 \times \frac{3{,}4}{\sqrt{200}}\right[\approx]29{,}7; 30{,}7[$$

Critérios de classificação:

5.3. ………15 pontos

Indentificar os valores de n e de Z para um intervalo de 95% de confiança……. 2 pontos

n (200)……………………………………………………………………………………… 1 ponto

Z (1,960)…………………………………………………………………………………… 1 ponto

Identificar o valor da média amostral (30,2 h)………………………………………… 3 pontos

Identificar o valor do desvio padrão amostral (3,4 h)…………………………………. 4 pontos

Calcular os extremos do intervalo de confiança ( ] 29,7 ; 30,7[ )………………… 6 pontos

Dados:

n = 200; $\bar{x}$ = 30,2 horas;

s = 3,4 horas;

Nível de confiança de 95%: z = 1,960

$$\left]\bar{x} - \mathrm{z} \times \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \mathrm{z} \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right[=$$

$$= \left]30,2 - 1,960 \times \frac{3,4}{\sqrt{200}};\ 30,2 + 1,960 \times \frac{3,4}{\sqrt{200}}\right[\approx]29,7; 30,7[$$

Exercício - Exame 2017-2ª Fase (7.3)

7. Inquiriram-se 500 alunos da escola, escolhidos ao acaso, relativamente ao número de vezes que foram ao cinema durante o ano de 2016.

Na Figura 1, está uma representação dos dados recolhidos.

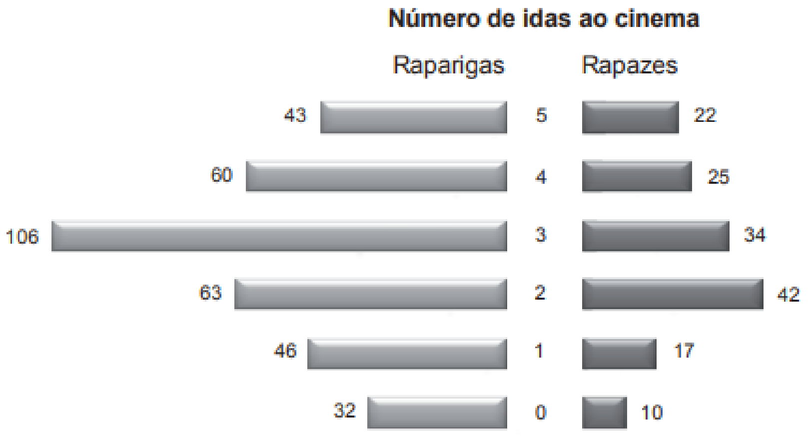


Figura 1

7.3. Tendo por referência os dados da Figura 1, construa um intervalo de confiança a 95%, aproximado, para o valor médio da variável aleatória «número de idas ao cinema, no ano 2016, de um jovem desta escola».

Apresente os valores dos extremos do intervalo arredondados às décimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, duas casas decimais.

Proposta de resolução

Recorrendo à calculadora gráfica:

L1-Nº de idas ao cinema	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
L2-Nº de alunos	42	63	105	140	85	65

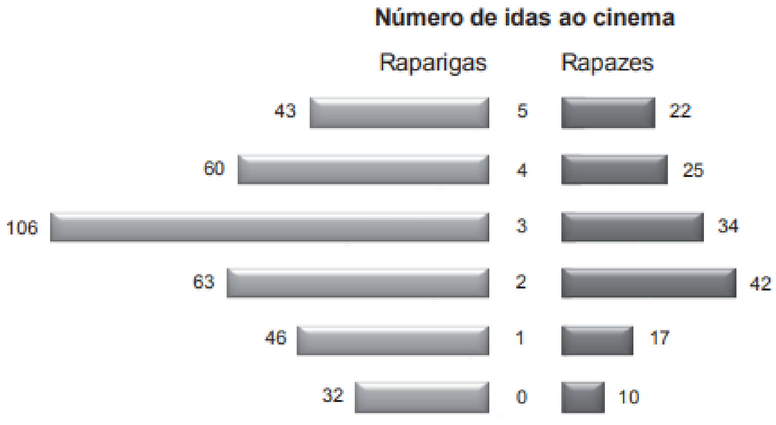


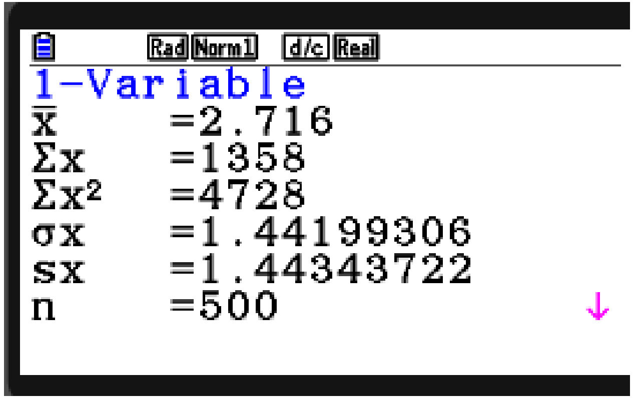
Figura 1

Dados:

n = 500; $\bar{x} \approx 2{,}72$; s ≈ 1,44;

Nível de confiança de 95%:

z = 1,960



Intervalo de confiança para o valor médio:

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

$$\left]\bar{x} - z \times \frac{s}{\sqrt{n}}\,;\,\bar{x} + z \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right[=$$

$$= \left]2{,}72 - 1{,}960 \times \frac{1{,}44}{\sqrt{500}}\,;\,2{,}72 + 1{,}960 \times \frac{1{,}44}{\sqrt{500}}\right[\approx$$

$$\approx \left]2{,}6;\ 2{,}8\right[$$

Critérios de classificação :

7.3. .... **20 pontos**

Identificar os valores de n e de z para um intervalo de confiança a 95% ...... 2 pontos

n (500) .... 1 ponto

z (1,960) .... 1 ponto

Apresentar os elementos recolhidos na utilização da calculadora........................ 12 pontos

Apresentar a(s) lista(s) introduzida(s) na calculadora.................... 2 pontos

Apresentar o valor da média (2,716) (**nota**) .... 5 pontos

Apresentar o valor do desvio padrão (1,44)................................ 5 pontos

Calcular os extremos do intervalo de confiança (]2,6; 2,8[) .... 6 pontos

Nota – Se o valor da média apresentado for 2,72, a pontuação a atribuir nesta etapa não é desvalorizada.

Dados:

n = 500; $\bar{x} \approx 2,72$;

s ≈ 1,44;

L1	0	1	2	3	4	5
L2	42	63	105	140	85	65

Nível de confiança de 95%: z = 1,960

$$\left]\bar{x} - z \times \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right[=$$

$$= \left]2,72 - 1,960 \times \frac{1,44}{\sqrt{500}} ; 2,72 + 1,960 \times \frac{1,44}{\sqrt{500}}\right[\approx$$

≈]2,6; 2,8[