Telensino
ESTUDAR COM AUTONOMIA

TELENSINO

2020

MATEMÁTICA A – 10ºANO

Gracinda Santos

Função Módulo

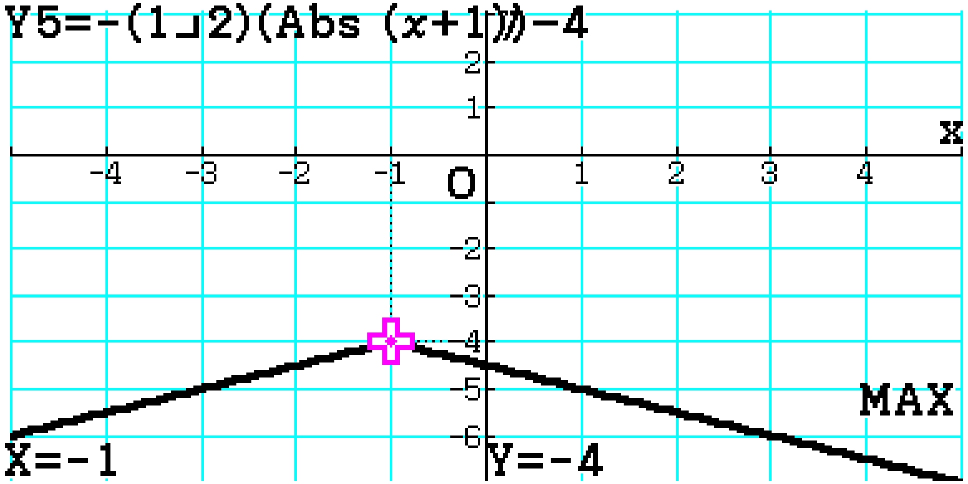
Exercício 2-Aula nº5

Considera a função g definida por: $g(x) = -\frac{1}{2}|x+1| - 4$.

2.2 Indica o contradomínio, os intervalos de monotonia, o extremo e o número de zeros de g.

Resolução: $A\ expressão\ da\ função\ g$ é $do\ tipo\ y = a|x-b| + c\ , com\ a, b, c \in IR\ , a \neq 0$

- $CD_f =]-\infty, -4]$
- Monotonia: Estritamente crescente em $]-\infty, -1]$ e estritamente decrescente em $[-1, +\infty[$
- Extremo:
  máximo absoluto: -4 em $x = -1$ (maximizante)
- A função não tem zeros.



Função Módulo

Exercício 2-Aula nº5

Considera a função g definida por: $g(x) = -\frac{1}{2}|x+1| - 4$.

2.3 Sem utilizar o símbolo módulo, define analiticamente a função g.

Resolução:

$$|x+1| = \begin{cases} x+1 & se \quad x+1 \geq 0 \\ -(x+1) & se \quad x+1 < 0 \end{cases}$$

$$g(x) = -\frac{1}{2}|x+1| - 4 = \begin{cases} -\frac{1}{2}(x+1) - 4 & se \quad x+1 \geq 0 \\ -\frac{1}{2} \times (-1) \times (x+1) - 4 & se \quad x+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2}x - \frac{9}{2} & se \quad x \geq -1 \\ \frac{1}{2}x - \frac{7}{2} & se \quad x < -1 \end{cases}$$

CONDIÇÕES COM MÓDULOS

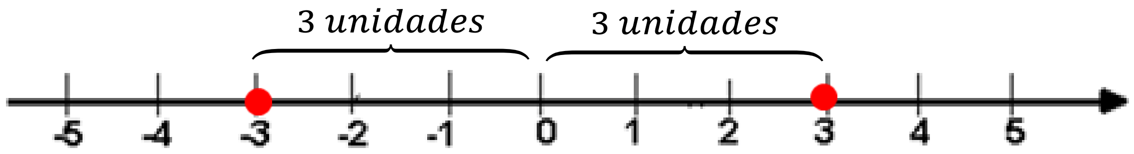
EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES COM MÓDULOS

Equações com módulos

Exemplo 1

Como resolver a equação $|x| = 3$?

Quais são os valores reais tais que a medida da distância à origem do ponto que os representa na reta numérica é 3 unidades?

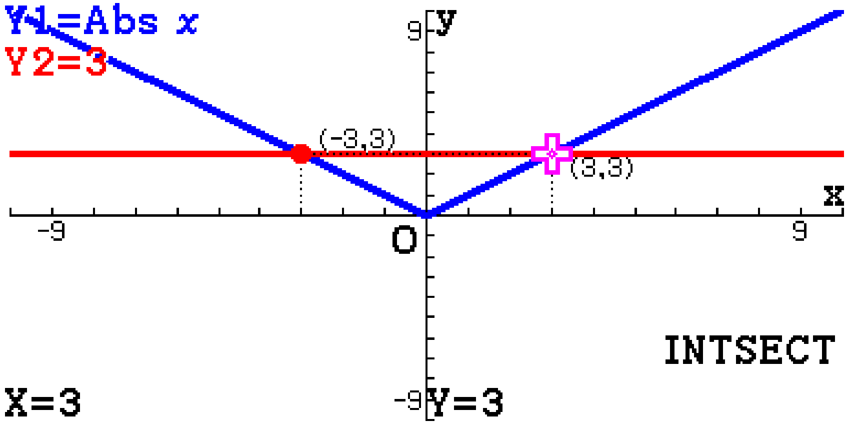


Analiticamente:

$|x| = 3 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 3$

$C.S. = \{-3, 3\}$

Graficamente:



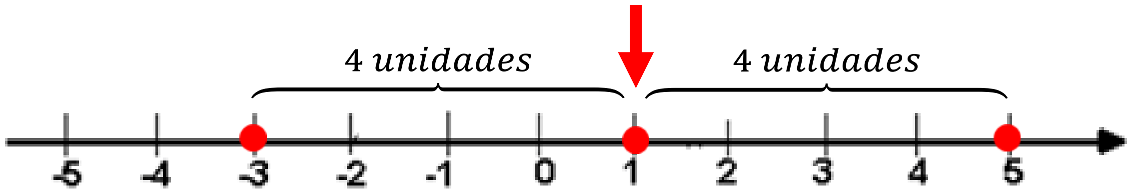
Podemos pensar na equação $|x| = 3$ como a interseção do gráfico da função $y = |x|$ com o gráfico da função $y = 3$, onde as abcissas dos pontos de interseção destes dois gráficos são as soluções da equação.

Equações com módulos

Exemplo 2

Como resolver a equação $|x-1|=4$?

Quais são os valores reais de x que distam 4 unidades do ponto de abcissa 1?

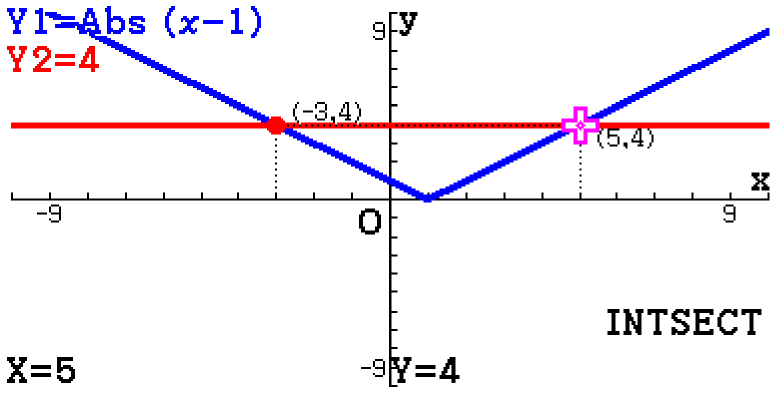


Analiticamente:

$$|x-1|=4$$
$$\Leftrightarrow x-1=4 \vee x-1=-4$$
$$\Leftrightarrow x=4+1 \vee x=-4+1$$
$$\Leftrightarrow x=5 \vee x=-3$$

$$C.S.=\{-3,5\}$$

Graficamente:



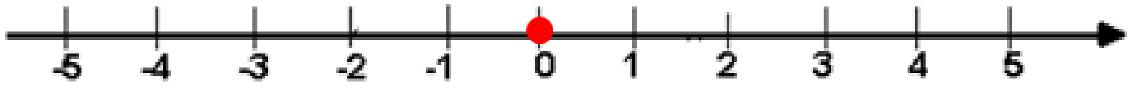
Podemos pensar na equação $|x-1|=4$ como a interseção do gráfico da função $y=|x-1|$ com o gráfico da função $y=4$, onde as abcissas dos pontos de interseção destes dois gráficos são as soluções da equação.

Equações com módulos

Exemplo 3

Como resolver a equação $|x| = 0$?

Analiticamente:



$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$ $\quad C.S. = \{0\}$

Exemplo 4

Como resolver a equação $|x| = -3$?

A equação $|x| = -3$ é impossível logo $C.S. = \{\ \}$ ou $C.S. = \emptyset$

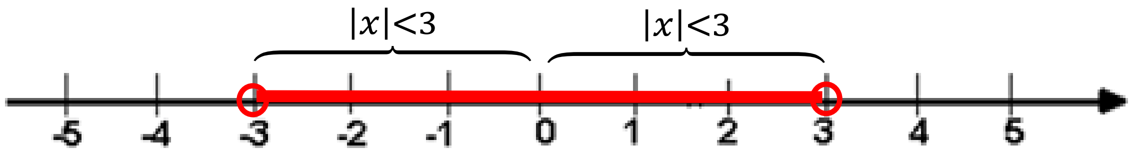
Tendo por base a definição de valor absoluto ou módulo de um número real (medida da distância à origem do ponto que o representa na reta numérica)

Inequações com módulos

Exemplo 5

Como resolver a inequação $|x| < 3$?

Quais são os pontos que distam da origem da reta numérica menos de 3 unidades, ou seja, os valores reais entre -3 e 3?



Analiticamente:

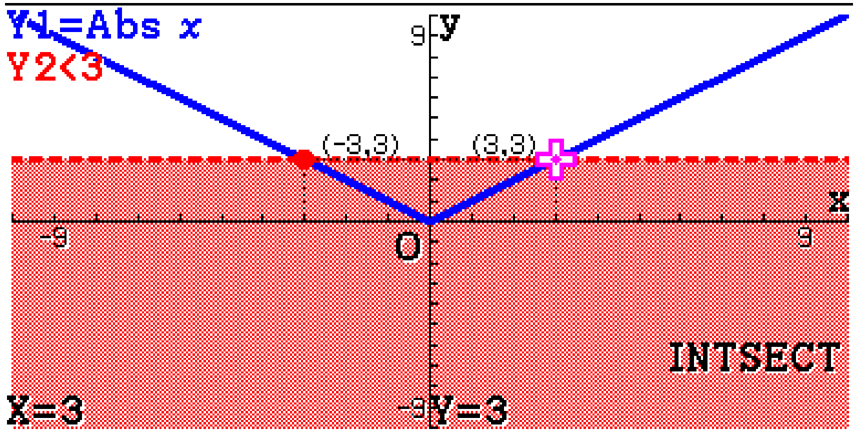
$|x| < 3$

$\Leftrightarrow x < 3 \ \wedge x > -3$

$\Leftrightarrow -3 < x < 3$

$C.S =]-3, 3[$

Graficamente,



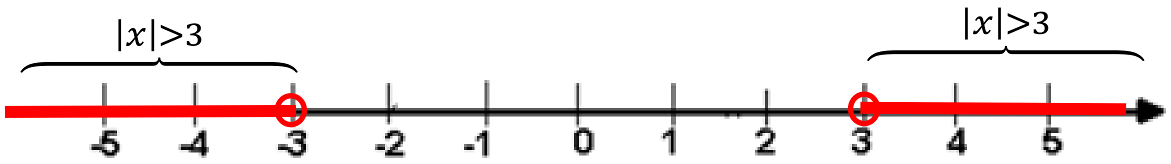
Podemos pensar na inequação $|x| < 3$ como os valores das abcissas dos pontos do gráfico da função $y = |x|$ que se encontram abaixo do gráfico da função $y = 3$.

Inequações com módulos

Exemplo 6

Como resolver a inequação $|x| > 3$?

Quais são os pontos que distam da origem da reta numérica mais de 3 unidades, ou seja, os valores reais superiores a 3 e inferiores a -3.



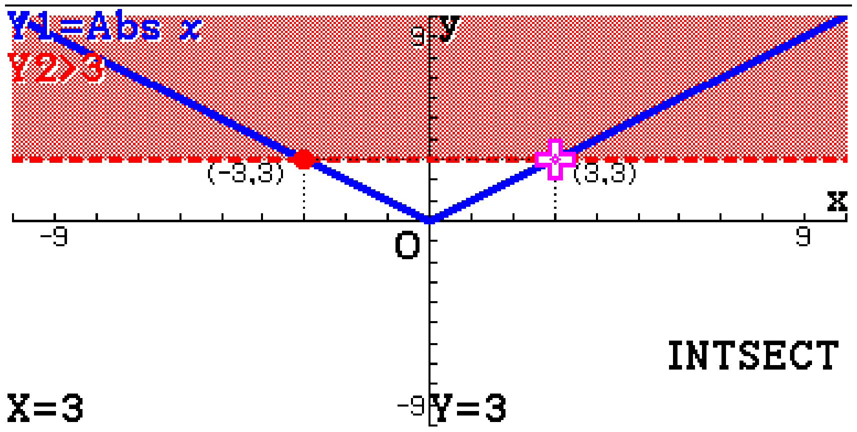
Analiticamente:

$$|x| > 3$$

$$\Leftrightarrow x > 3 \lor x < -3$$

$$C.S = \left]-\infty, -3\right[\cup \left]3, +\infty\right[$$

Graficamente,

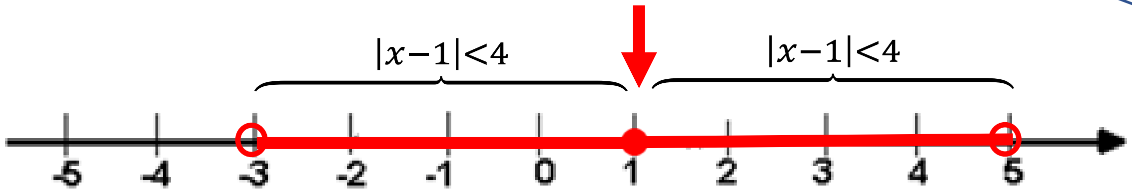


Podemos pensar na inequação $|x| > 3$ como os valores das abcissas dos pontos do gráfico da função $y = |x|$ que se encontram acima do gráfico da função $y = 3$.

Inequações com módulos

Exemplo 7

Como resolver a equação $|x-1|<4$?



Quais são os valores reais de x que distam na reta numérica menos de 4 unidades do ponto de abcissa 1?

Analiticamente:

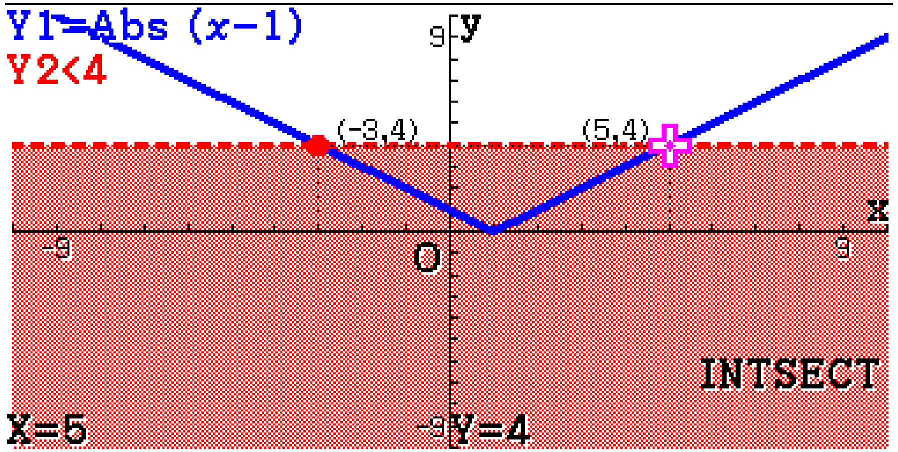
$$|x-1|<4$$

$$\Leftrightarrow x-1<4 \ \wedge \ x-1>-4$$

$$\Leftrightarrow x<5 \ \wedge \ x>-3$$

$$C.S =]-3,5[$$

Graficamente,



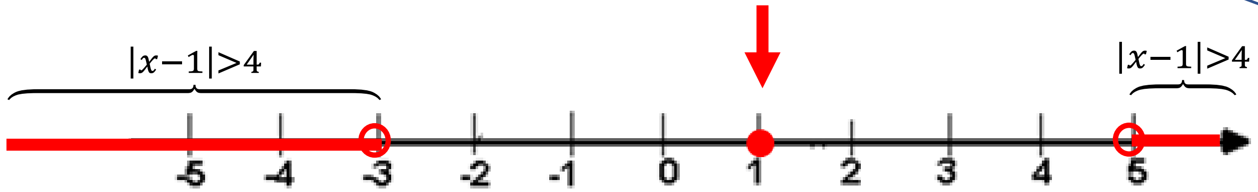
Podemos pensar na inequação $|x-1|<4$ como os valores das abcissas dos pontos do gráfico da função $y=|x-1|$ que se encontram abaixo do gráfico da função $y=4$.

Inequações com módulos

Exemplo 8

Como resolver a equação $|x-1|>4$?

Quais são os valores reais de x que distam na reta numérica mais de 4 unidades do ponto de abcissa 1?



Analiticamente:

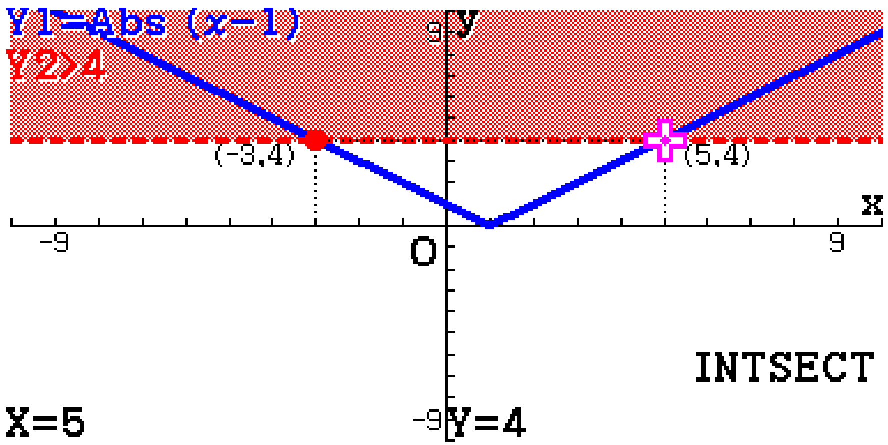
$$|x-1|>4$$

$$\Leftrightarrow x-1>4 \vee x-1<-4$$

$$\Leftrightarrow x>5 \vee x<-3$$

$$C.S=]-\infty,-3[\cup]5,+\infty[$$

Graficamente,



Podemos pensar na inequação $|x-1|>4$ como os valores das abcissas dos pontos do gráfico da função $y=|x-1|$ que se encontram acima do gráfico da função $y=4$.

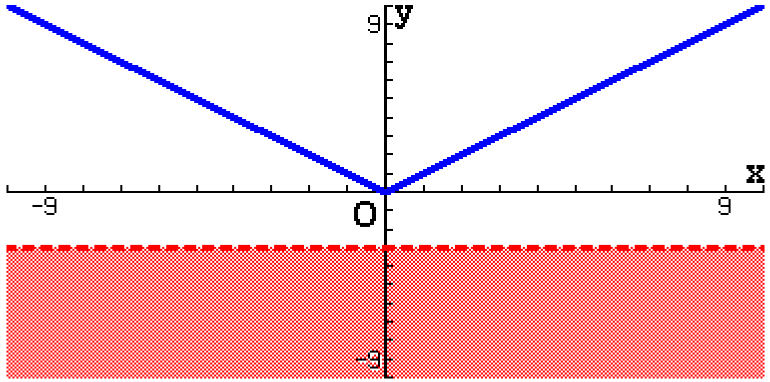
Inequações com módulos

Exemplo 9

Como resolver a inequação $|x| < -3$?

$|x| < -3$ Condição Impossível em IR

Logo $S = \emptyset$

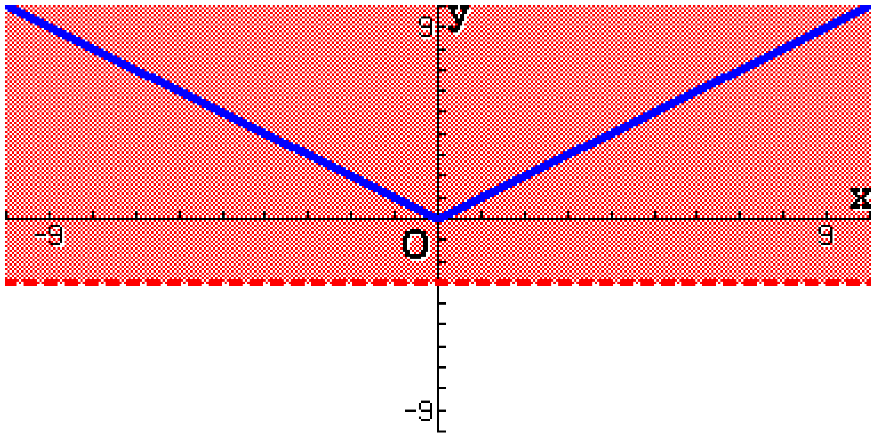


Exemplo 10

Como resolver a inequação $|x| > -3$?

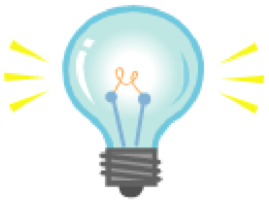
$|x| > -3$ Condição Universal em IR

Logo $S =$ IR



Síntese

Equações e inequações com módulos



$a > 0$	$a < 0$	$a = 0$
$\|x\| = a \Leftrightarrow x = a \vee x = -a$	$\|x\| = a$, condição impossível em IR	$\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
$\|x\| < a \Leftrightarrow x < a \wedge x > -a$	$\|x\| < a$, condição impossível em IR	$\|x\| < 0$, condição impossível em IR
$\|x\| > a \Leftrightarrow x > a \vee x < -a$	$\|x\| > a \Leftrightarrow x \in \mathrm{IR}$, condição universal, em IR	$\|x\| > 0 \Leftrightarrow x \in IR\backslash\{0\}$

Adaptado do manual: Expoente10, Matemática A, Daniela Raposo, Luzia Gomes, Editora ASA

Função Módulo

Exercício 1

Considera a função g de definida por $g(x) = -|x+2| + 3$.

1.1 Determina, analiticamente, os zeros da função.

Resolução:

$$g(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -|x+2| + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow -|x+2| = -3$$

$$\Leftrightarrow |x+2| = 3$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = 3 \vee x + 2 = -3$$

$$\Leftrightarrow x = 3 - 2 \ \vee x = -3 - 2$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \ \vee x = -5$$

Zeros: -5 e 1

Função Módulo

Exercício 1

Considera a função g de definida por $g(x) = -|x+2| + 3$.

1.2 Determina, para que valores de x, $g(x) \geq 2$?

Resolução:

Agora é a tua vez!

"Na sala de aula, todos ensinam, todos aprendem."
Em casa, também, poderá ser igual!

Estuda com Autonomia!