Telensino

Determine os zeros das funções f e g .

$$f(x)=\frac{x-2}{x^2-4} \qquad g(x)=\frac{5-2x}{x-3}$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{x-2}{x^2-4}=0 \Leftrightarrow x=2 \wedge x^2-4\neq 0 \Leftrightarrow x=2 \wedge x\neq 2 \wedge x\neq -2$$

Temos então que a função *f não tem zeros.*

$$g(x)=\frac{5-2x}{x-3}$$

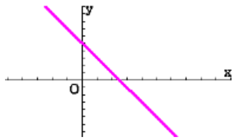
$$g(x)=0 \Leftrightarrow \frac{5-2x}{x-3}=0 \Leftrightarrow 5-2x=0 \wedge x-3\neq 0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{2} \wedge x\neq 3$$

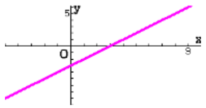
Neste caso dizemos que a função g *tem apenas um zero cujo valor é* $\frac{5}{2}$

- Sinal da função g
- Inequações racionais. Exemplo: $g(x)\leq -5$

- Sinal da função g

$$g(x)<0 \Leftrightarrow \frac{5-2x}{x-3}<0$$





x	$-\infty$	$\frac{5}{2}$		3	$+\infty$
$5-2x$	+	0	-	-	-
$x-3$	-	-	-	0	+
$\frac{5-2x}{x-3}$	-	0	+	n.d	-

Obs: **n.d**. – não definido

C.A.

- $5-2x=0 \Leftrightarrow x=5/2$
- $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$

$y_1 = 5-2x$

$y_1(0)= 5 > 0$

$y_1(3)= -1 < 0$

$$x \in \left]-\infty, \frac{5}{2}\right[\cup \left]3, +\infty\right[$$

Telensino

$$g(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{5-2x}{x-3} > 0$$

x	$-\infty$	$\frac{5}{2}$		3	$+\infty$
$5-2x$	+	0	-	-	-
$x-3$	-	-	-	0	+
$\frac{5-2x}{x-3}$	-	0	+	n.d	-

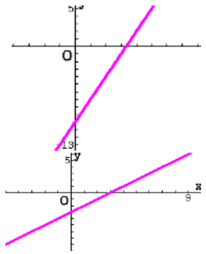
$$x \in \left]\frac{5}{2}, 3\right[$$

$$g(x)\leq -5 \Leftrightarrow \frac{5-2x}{x-3}\leq -5 \Leftrightarrow \frac{5-2x}{x-3}+5\leq 0 \Leftrightarrow \frac{5-2x+5x-15}{x-3}\leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-10}{x-3}\leq 0$$

C.A.

- $3x-10=0 \Leftrightarrow x=10/3$
- $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$



x	$-\infty$	3		$\frac{10}{3}$	$+\infty$
$3x-10$	-	-	-	0	+
$x-3$	-	0	+	+	+
$\frac{3x-10}{x-3}$	+	n.d	-	0	+

Obs: **n.d.** – não definido

$y_1 = 3x-10$

$y_1(0)= -10 < 0$

$y_1(4)= 2 > 0$

C.S.$=]3, \frac{10}{3}]$

Exercício 1:

Considere as funções reais e variável real h e g *definidas por* :

$$h(x)=\frac{2x+4}{x} \quad \text{e} \quad g(x)=\frac{2x^2+2}{x-1}$$

Determine os valores de x *tais que* $h(x)>g(x)$

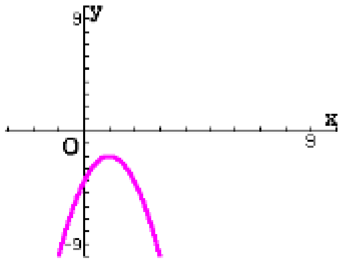
$$\frac{2x+4}{x}>\frac{2x^2+2}{x-1} \Leftrightarrow \frac{(2x+4)(x-1)-(2x^2+2)x}{x(x-1)}>0 \Leftrightarrow \frac{-2x^3+2x^2-4}{x(x-1)}>0$$

$$-2x^3+2x^2-4=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(-2x^2+4x-4)=0$$

$$\Leftrightarrow x+1=0 \ \vee \ -2x^2+4x-4=0$$

$$\Leftrightarrow x=-1$$



Condição impossível
O gráfico da função quadrática é uma parábola voltada para baixo, sem zeros.
A função é sempre negativa

C.A.

- Pela Regra de Ruffini

$$\begin{array}{c|cccc}
 & -2 & 2 & 0 & -4 \\
-1 & & 2 & -4 & 4 \\
\hline
 & -2 & 4 & -4 & \boxed{0}
\end{array}$$

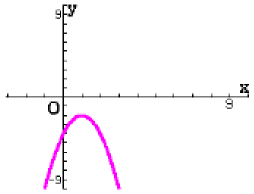
- Pela Fórmula Resolvente

$$-2x^2+4x-4=0 \Leftrightarrow$$

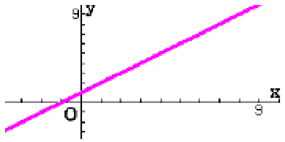
$$\Leftrightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{16-32}}{-4}$$

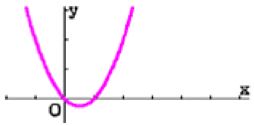
Condição impossível

$$\frac{-2x^3+2x-4}{x(x-1)}>0 \iff \frac{(x+1)(-2x^2+4x-4)}{x(x-1)}>0$$



x	$-\infty$	-1		0		1	$+\infty$
$x+1$	-	0	+	+	+		+
$-2x^2+4x-4$	-	-	-	-	-	-	-
$x(x-1)$	+	+	+	0	-	0	+
$\frac{-2x^3+2x-4}{x(x-1)}$	+	0	-	n.d	+	n.d	-





$$h(x)>g(x) \iff x \in \left]-\infty,-1\right[\cup \left]0,1\right[$$

Exercícios que podem resolver nos vossos manuais

Exercícios em que se pede

- A resolução de equações inequações envolvendo funções racionais