Telensino

- Função injetiva
- Função sobrejetiva

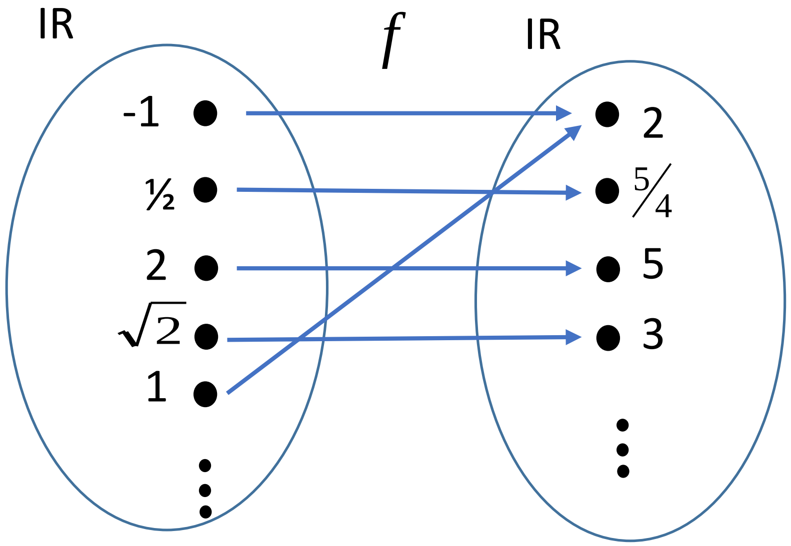
Função bijetiva

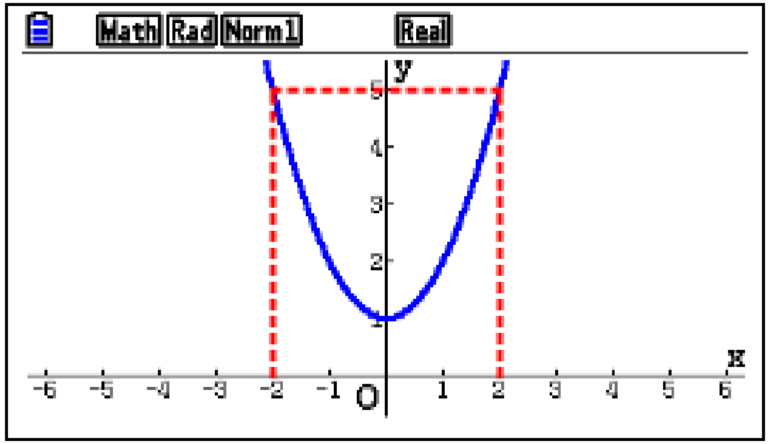
- Função inversa

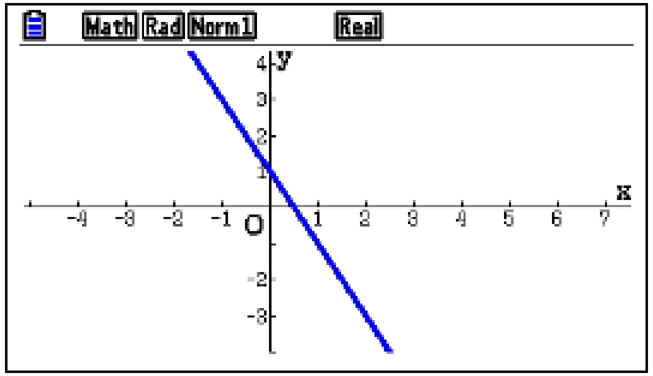
Função injetiva

$$f : IR \to IR$$

$$x \mapsto x^2 + 1$$







- Função Injetiva:

Sejam A e B conjuntos e *f* uma função de A em B.

Diz-se que ***f* é injetiva** se e somente se quaisquer dois elementos distintos de A têm imagens distintas em B.

$$\forall x_1, x_2 \in \mathrm{A},\ x_1 \neq x_2 \ \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

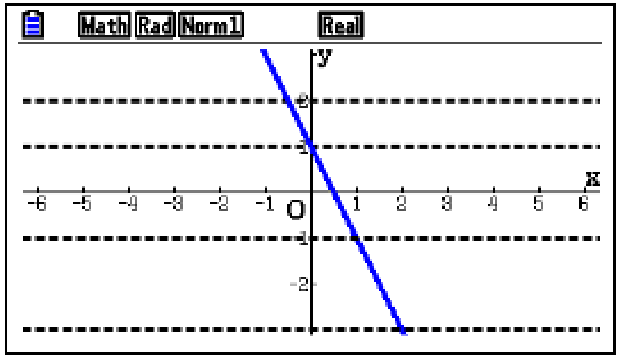
$$\forall x_1, x_2 \in \mathrm{A},\ f(x_1) = f(x_2) \ \Rightarrow x_1 = x_2$$

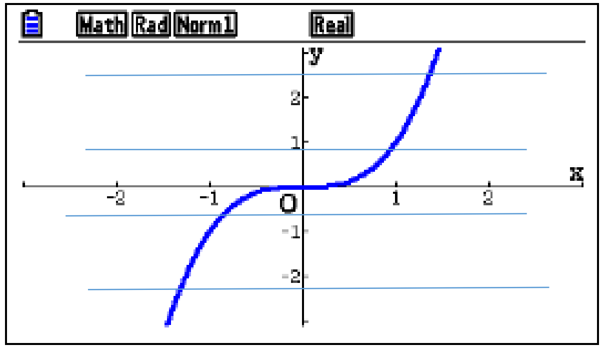
Exemplo funções injetivas :

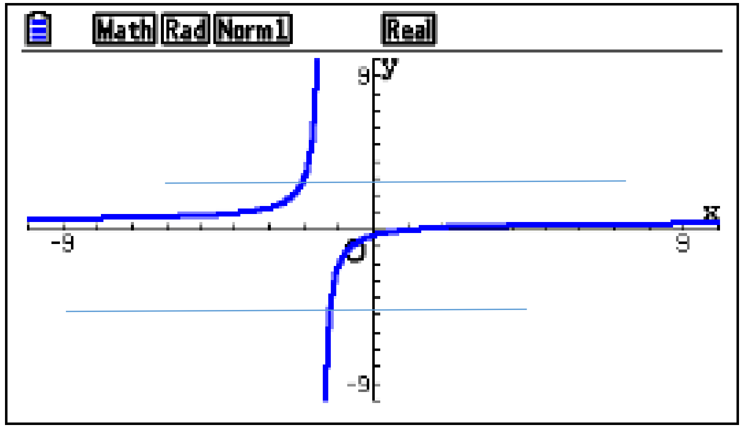
- $g(x) = -2x + 1$

- $h(x) = x^3$

- $j(x) = \dfrac{x-1}{2x+3}$

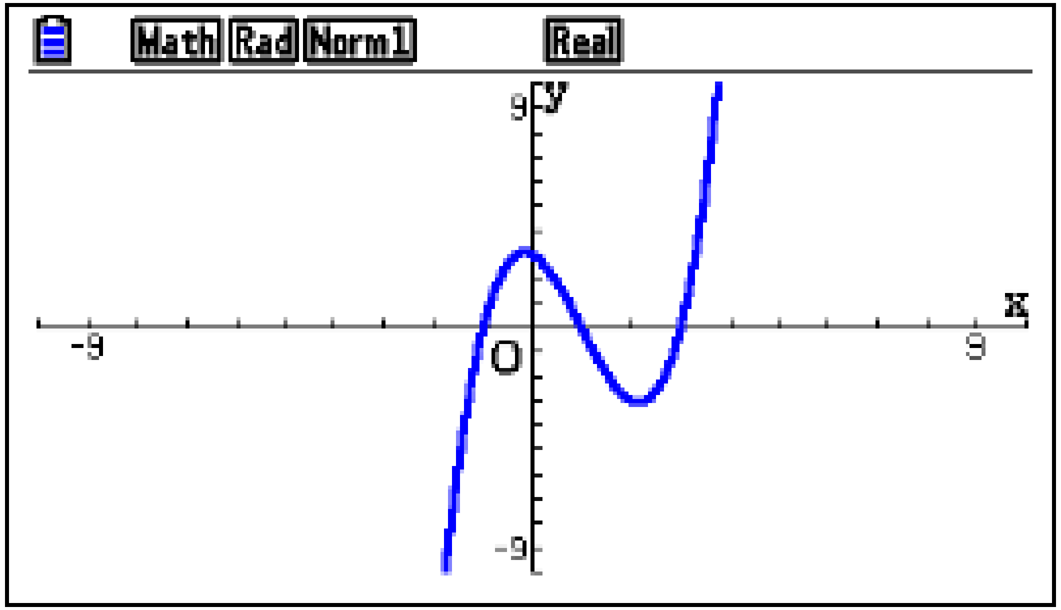






Exemplo de uma função não injetiva:

$$j(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$



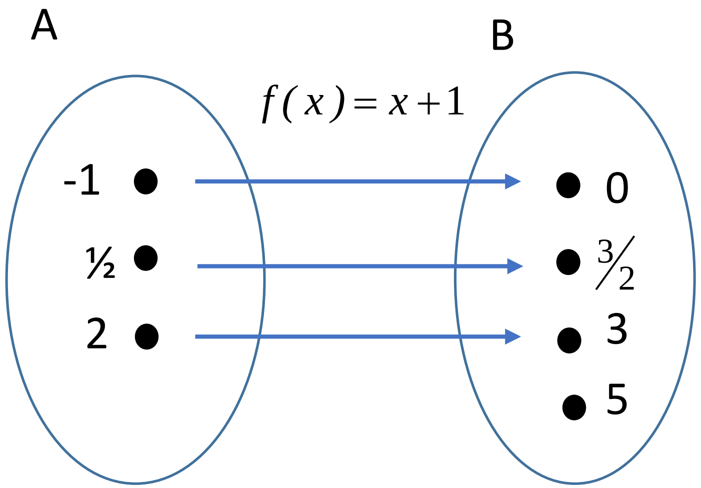
Nota:
São funções não injetivas a função quadrática, a função módulo e as funções trigonométricas

- Função sobrejetiva:

Sejam A e B conjuntos e f uma função de A em B.

Diz-se que ***f* é sobrejetiva** se para todo o $y \in$ B existir um elemento $x \in$ A tal que $y = f(x)$

$$\forall y \in \mathrm{B}\ \exists x \in \mathrm{A}:\ y = f(x)$$



Conjunto de chegada = B

$$CD = \left\{0, \frac{3}{2}, 3\right\}$$

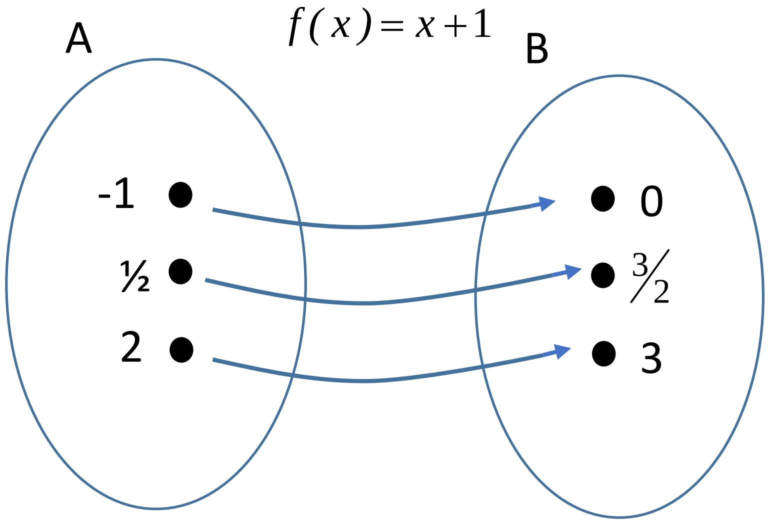
CD não coincide com B

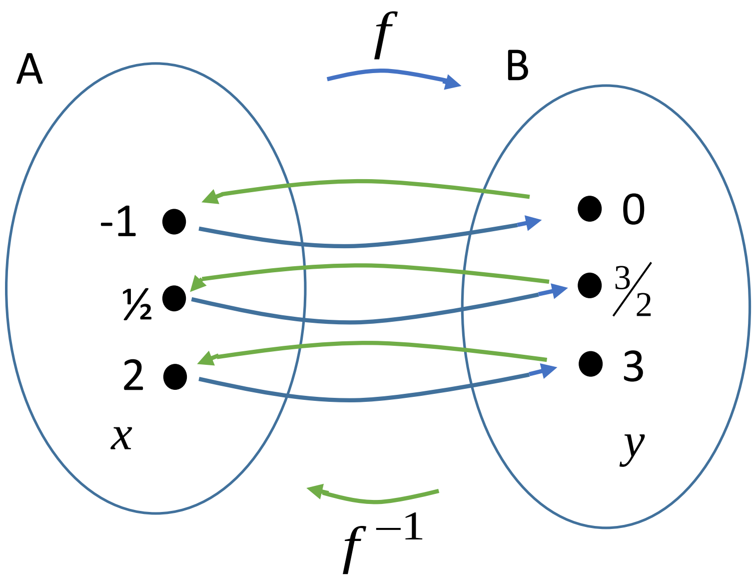
$$\Downarrow$$

f <u>não é sobrejetiva</u>

Se a função f é injetiva e sobrejetiva diz-se que f é <u>bijetiva</u>

<u>Inversa da função f</u>

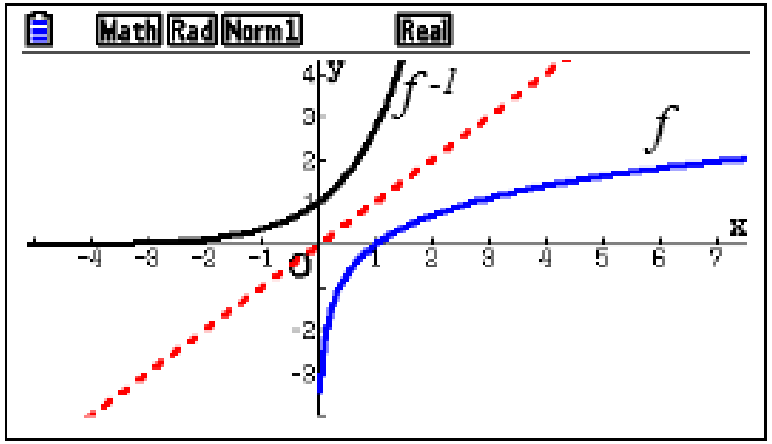




$f(x)=y \Leftrightarrow x+1=y \Leftrightarrow x=y-1$

$f^{-1}(x)=x-1$ $\quad D_{f^{-1}}=CD_f=\left\{0,3/2,3\right\}$ $\quad CD_{f^{-1}}=D_f=\left\{-1,1/2,2\right\}$

Graficamente



O gráfico da função f^{-1} é a imagem do gráfico da função f por uma reflexão de eixo $y=x$ *(bissetriz dos quadrantes ímpares)*

$f(3)=1 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(1)=3$

$f^{-1}(0{,}5)=1{,}6 \quad \Rightarrow \quad f(1{,}6)=0{,}5$

A reter *:*

$f(a)=b \Leftrightarrow f^{-1}(b)=a$

Exercício 1:

Caracterize a inversa das seguintes funções :

$a) \quad f(x)=\dfrac{3}{2x+1}$ $\qquad\qquad b) \quad g(x)=\dfrac{x-1}{3-x}$

$$f^{-1}: IR\setminus\{0\} \to IR\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

$$x \mapsto \frac{3-x}{2x}$$

$$f(x)=y \Leftrightarrow \frac{3}{2x+1}=y \Leftrightarrow \frac{3}{y}=2x+1 \Leftrightarrow x=\frac{\frac{3}{y}-1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\frac{3-y}{y}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{3-y}{2y}$$

$$f^{-1}(x)=\frac{3-x}{2x} \qquad D_{f^{-1}}=IR\setminus\{0\} \qquad CD_{f^{-1}}=IR\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

$$b)\quad g(x)=\frac{x-1}{3-x}$$

$$g(x)=y \Leftrightarrow \frac{x-1}{3-x}=y \Leftrightarrow x-1=y(3-x) \Leftrightarrow x-1=3y-yx$$

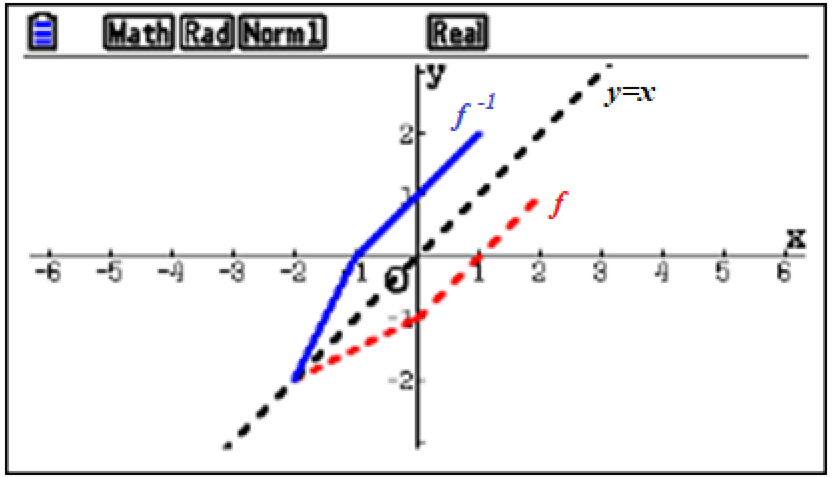
$$\Leftrightarrow x+yx=3y+1 \Leftrightarrow x(1+y)=3y+1 \Leftrightarrow x=\frac{3y+1}{1+y}$$

$$g^{-1}(x)=\frac{3x+1}{1+x} \qquad D_{g^{-1}}=IR\setminus\{-1\} \qquad CD_{g^{-1}}=IR\setminus\{3\}$$

$$\begin{aligned} g^{-1}:\ IR\setminus\{-1\} &\to IR\setminus\{3\} \\ x &\mapsto \frac{3x+1}{1+x} \end{aligned}$$

Exercício 2:

Na figura está representada a função inversa da função *f*.
Indique:
a) o domínio de *f*
b) o valor de f (1)



a) $D_f = D'_{f^{-1}}) = [-2,2]$

b) $f(1) = x \Leftrightarrow 1 = f^{-1}(x) \Leftrightarrow x = 0$(*por observação do gráfico de* f^{-1})

Exercício do manual
Máximo 10- Porto Editora

Exercício 3:

Sabe-se que f é uma função real de variável real, bijetiva, tal que $f(-3)=1$.

Resolva a equação:

$$2-f^{-1}(x-1)=5 \Leftrightarrow f^{-1}(x-1)=-3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x-1=f(-3) \Leftrightarrow x-1=1 \Leftrightarrow x=2$$

C.S.={2}

Exercícios que podem resolver nos vossos manuais

Exercícios que envolvem

- a determinação de objetos ou imagens utilizando a expressão da inversa de uma função
- a caracterização da função inversa de uma função