TELENSINO

MATEMÁTICA A – 10ºANO

Gracinda Santos

Zeros e fatorização de polinómios

Exercício 3- Aula Nº9 Considera o polinómio $\mathrm{P}(x) = x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$.

3.1 Sabendo que 1 é uma raiz de $P(x)$, determina a multiplicidade desta raiz.

3.2 Decompõe $P(x)$ em fatores do primeiro grau.

Resolução:

3.1 Regra de Ruffini

	1	-7	17	-17	6
1		1	-6	11	-6
	1	-6	11	-6	0
1		1	-5	6	
	1	-5	6	0	
1		1	-4		
	1	-4	$2 \neq 0$		

1 é raiz de $P(x)$ de multiplicidade 2

3.2

$$P(x) = (x-1)^2(x^2-5x+6)$$

$$\Leftrightarrow P(x) = (x-1)(x-1)(x^2-5x+6)$$

Determinando os zeros de $x^2 - 5x + 6$, vem:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \ \vee x = 2$$

E como o coeficiente do termo de maior grau de $P(x)$ é 1

$$P(x) = \underbrace{(x-1)(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$P(x)$ decomposto em fatores do 1ºgrau

Zeros e fatorização de polinómios

Exercício 3- Aula Nº9 Considera o polinómio $\mathrm{P}(x) = x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$.

Sabendo que 1 é raiz de $P(x)$ de multiplicidade 2, decompõe $P(x)$ em fatores do 1º grau.

Resolução: Outro Processo…

1 é raiz de $P(x)$ de multiplicidade 2

Regra de Ruffini

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & -7 & 17 & -17 & 6 \\
1 & & 1 & -6 & 11 & -6 \\
\hline
 & 1 & -6 & 11 & -6 & \boxed{0} \\
1 & & 1 & -5 & 6 & \\
\hline
 & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} & \\
2 & & 2 & -6 & & \\
\hline
 & 1 & -3 & \boxed{0} & & \\
3 & & 3 & & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{0} & & &
\end{array}
$$

Teorema das raízes inteiras

As raízes inteiras de um polinómio $P(x)$, de grau $n \in IN$ e coeficientes inteiros, quando existem, são **divisores inteiros** do termo independente (termo de grau zero).

O termo independente de $P(x)$ é 6.

$Divisores\ naturais\ de$ 6 (em IN) $são$: $1, 2, 3\ e\ 6$.

$Divisores\ inteiros\ de$ 6(em $\mathbb{Z}$) $são$: $-6, -3, -2, -1, 1, 2, 3\ e\ 6$

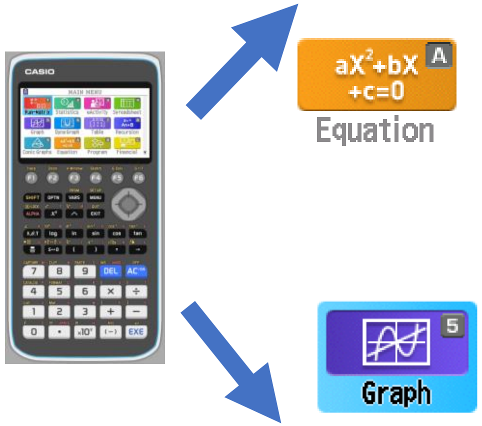
$$P(x) = \underbrace{(x-1)(x-1)(x-2)(x-3)}$$

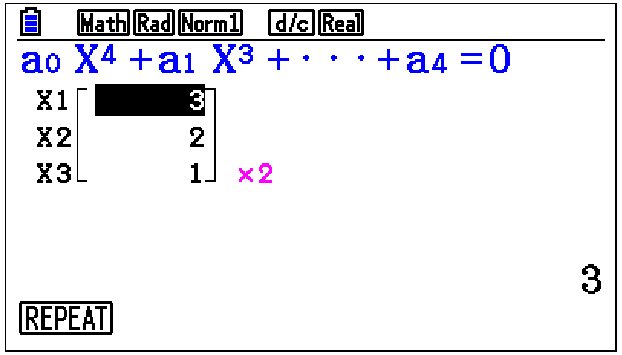
$P(x)$ decomposto em fatores do 1ºgrau

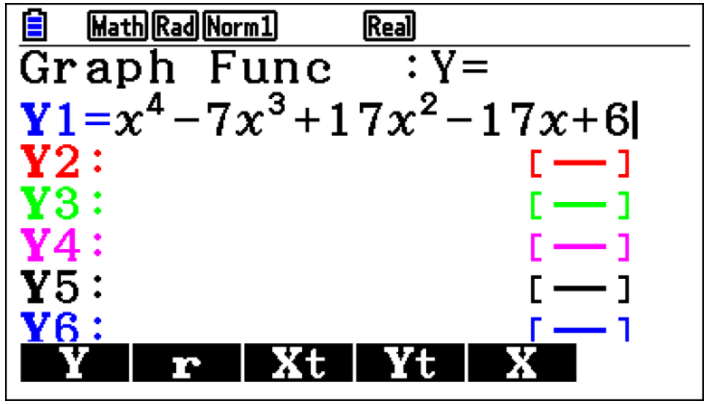
Zeros de um polinómio com recurso à calculadora gráfica

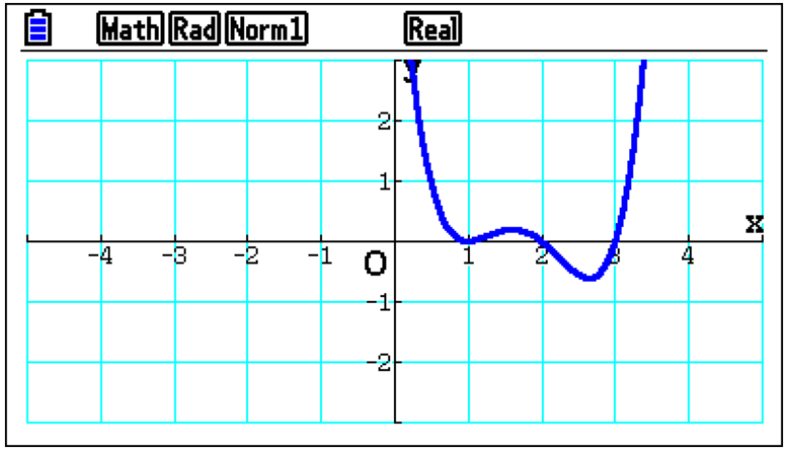
Considerando o polinómio $P(x) = x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$.

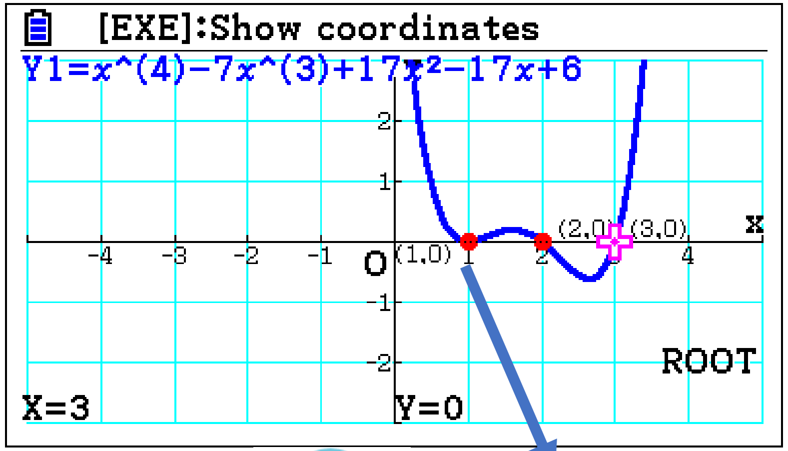
MENU ALPHA X,θ,T F2 F3 1 EXE (−) 7 EXE 1 7 EXE (−) 1 7 EXE 6 EXE EXE









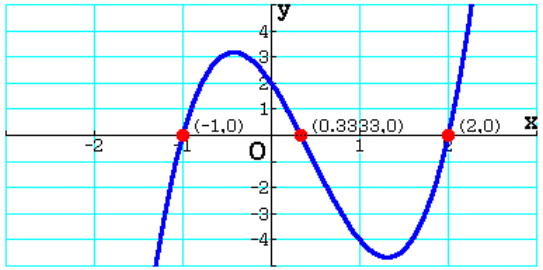


Zero duplo

Zeros e fatorização de polinómios

Exercício 1 Resolve, em IR, a equação,

$$3x^3 - 4x^2 - 5x = -2 \ .$$



Resolução:

1ºPasso: Escrever a equação na forma $P(x) = 0$

$$3x^3 - 4x^2 - 5x = -2 \Leftrightarrow 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2 = 0$$

2ºPasso: Fatorizar $P(x)$ em fatores de grau 1 e/ou grau 2.

Utilizando o Teorema das raízes inteiras, os divisores inteiros de 2 (termo independente) são $-2, -1, 1$ e 2, que são valores candidatos a raízes inteiras de $P(x) = 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$

Calculando o valor numérico de:

$P(-2) = 3 \times (-2)^3 - 4 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 2 = -28 \neq 0$

$P(-1) = 3 \times (-1)^3 - 4 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) + 2 = 0$

$P(1) = 3 \times 1^3 - 4 \times 1^2 - 5 \times 1 + 2 = -4 \neq 0$

$P(2) = 3 \times 2^3 - 4 \times 2^2 - 5 \times 2 + 2 = 0$

Então, $P(x)$ é divisível por $(x+1)$ e $(x-2)$

Regra de Ruffini

	3	−4	−5	2
−1		−3	7	−2
	3	−7	2	$\boxed{0}$
2		6	−2	
	3	−1	$\boxed{0}$	

$$P(x) = (x+1)(x-2)(3x-1)$$

3ºPasso: $3x^3 - 4x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)(3x-1) = 0$

$$\Leftrightarrow x + 1 = 0 \lor x - 2 = 0 \lor 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \lor x = 2 \lor x = \frac{1}{3}$$

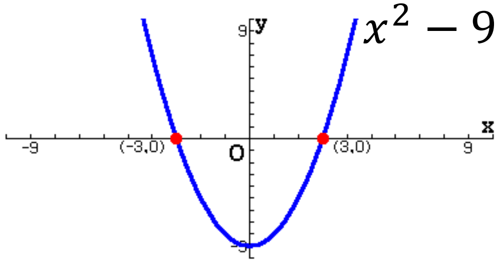
4ºPasso: O conjunto solução da equação, em IR, é $\left\{-1, \frac{1}{3}, 2\right\}$.

Nota: Um polinómio pode ter raízes que não sejam divisores inteiros do seu termo independente, mas, nesse caso, as raízes não são inteiras.

Zeros e fatorização de polinómios

Exercício 2 Decompõe em fatores, do menor grau possível, os seguintes polinómios:

2.1 $x^2 - 9$



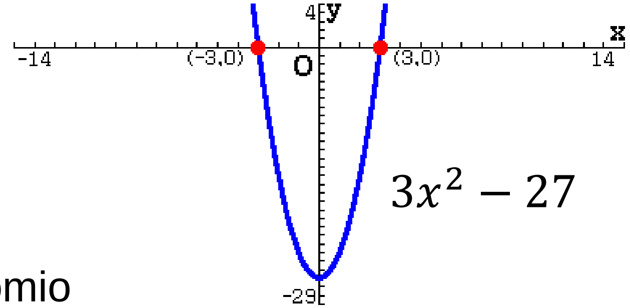
Resolução:

$x^2 - 9 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = -\sqrt{9} \vee x = \sqrt{9} \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 3$

Então $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$

2.2 $3x^2 - 27$



Resolução:

$3x^2 - 27 = 0$

$\Leftrightarrow 3x^2 = 27 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 3$

Então $3x^2 - 27 = 3(x+3)(x-3)$

Coeficiente do termo de maior grau do polinómio

2.3 $-x^2 + 2x - 1$

Resolução:

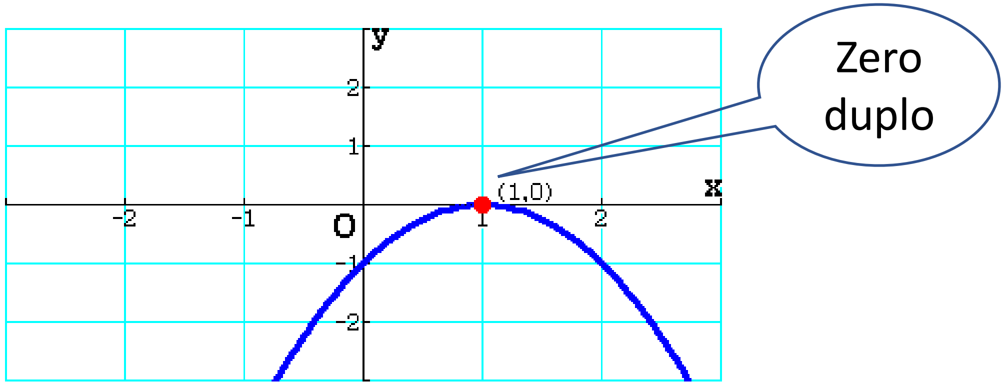
$-x^2 + 2x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times (-1) \times (-1)}}{2 \times (-1)}$$

$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = 1$

Então $-x^2 + 2x - 1 = -(x-1)(x-1)$

Coeficiente do termo de maior grau do polinómio



Zeros e fatorização de polinómios

Exercício 2 Decompõe em fatores, do menor grau possível, os seguintes polinómios:

2.4 $x^3 - x$

Estuda com Autonomia!

Procura no teu manual os exercícios relacionados com a **decomposição ou fatorização de polinómios** e pratica.

“Na sala de aula, todos ensinam, todos aprendem.”
Em casa, também, poderá ser igual!