Telensino
ESTUDAR COM AUTONOMIA

TELENSINO

MATEMÁTICA A – 10ºANO

Gracinda Santos

Zeros e fatorização de polinómios

Exercício 2- Aula nº10 Decompõe em fatores, do menor grau possível, os seguintes polinómios:

2.4 $x^3 - x$

Resolução:

$x^3 - x = 0$

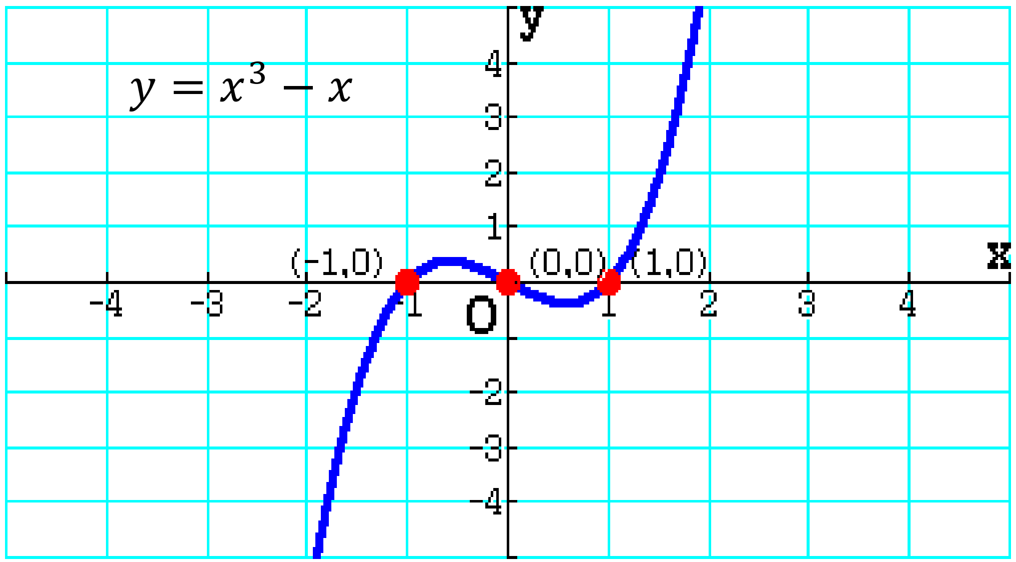
$\Leftrightarrow x(x^2 - 1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \ \lor x^2 - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \ \lor x^2 = 1$

$\Leftrightarrow x = 0 \ \lor x = -1 \ \lor x = 1$

Então, $x^3 - x = x(x+1)(x-1)$

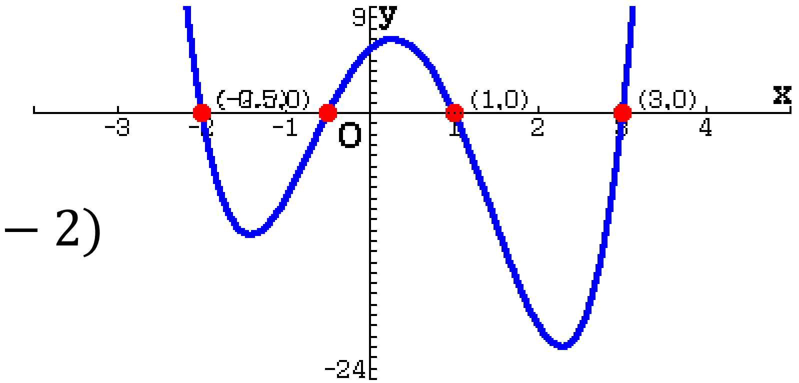


Zeros e fatorização de polinómios

Exercício 2- Aula nº10 Decompõe em fatores, do menor grau possível, os seguintes polinómios:

2.5 $2x^4 - 3x^3 - 12x^2 + 7x + 6$, sabendo que 1 e 3 são raízes.

Resolução: $Seja \;\; P(x) = 2x^4 - 3x^3 - 12x^2 + 7x + 6$



Regra de Ruffini

	2	-3	-12	7	6
1		2	-1	-13	-6
	2	-1	-13	-6	0
3		6	15	6	
	2	5	2	0	

$$P(x) = (x-1)(x-3)(2x^2+5x-2)$$

$$2x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \vee \;\; x = -2$$

$$P(x) = 2(x-1)(x-3)(x+2)\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

Coeficiente do termo de maior grau do polinómio

Sinal de uma função polinomial

Inequações de grau superior a dois

Sinal de uma função polinomial

Estudar o sinal de uma função polinomial, f, é determinar os valores de x para os quais $f(x) > 0$ e os valores de x para os quais $f(x) < 0$.

Inequações

- Grau 1
- Grau 2
- Grau superior a 2

Sinal de uma função polinomial

Exercício 1 Considera a função polinomial f definida por: $f(x) = x^3 + 2x^2 - 11x - 12$.
Sabendo que -1 é zero de f, estuda o sinal da função.

$f(x) > 0$
$f(x) < 0$ } Inequações de grau 3

Resolução:

1ºPasso: Fatorizar o polinómio $x^3 + 2x^2 - 11x - 12$, determinando os seus zeros.

Regra de Ruffini

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -11 & -12 \\ -1 & & -1 & -1 & 12 \\ \hline & 1 & 1 & -12 & 0 \end{array}$$

$$x^3 + 2x^2 - 11x - 12 = (x+1)(x^2 + x - 12)$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

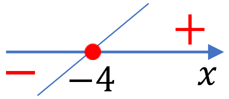
$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-12)}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -4$$

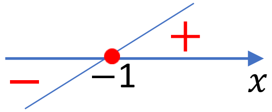
$$f(x) = (x+4)(x+1)(x-3)$$

2ºPasso: Construir um quadro de sinais para evidenciar o sinal do produto $(x+4)(x+1)(x-3)$, indicando os zeros e o sinal de cada um dos seus fatores.

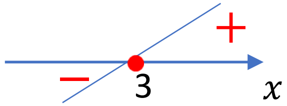
$x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -4$



$x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$



$x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$



x	$-\infty$	-4		-1		3	$+\infty$
$x+4$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x+1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$(x+4)(x+1)(x-3)$ $f(x) < 0$ $f(x) > 0$ $f(x) < 0$ $f(x) > 0$

3ºPasso:

- ❑ $f(x) > 0$
  $\Leftrightarrow x \in]-4, -1[\cup]3, +\infty[$
- ❑ $f(x) < 0$
  $\Leftrightarrow x \in]-\infty, -4[\cup]-1, 3[$

Sinal de uma função polinomial

Exercício 1 Considera a função polinomial f definida por: $f(x) = x^3 + 2x^2 - 11x - 12$.

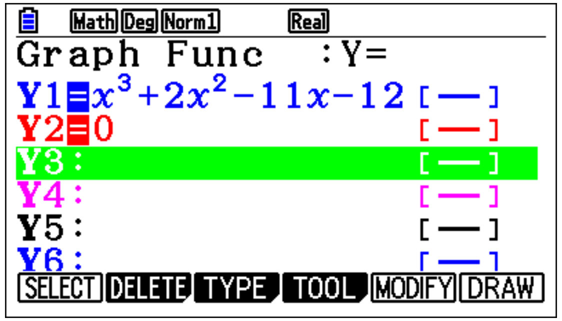
Resolução: Estudo do sinal da função f.

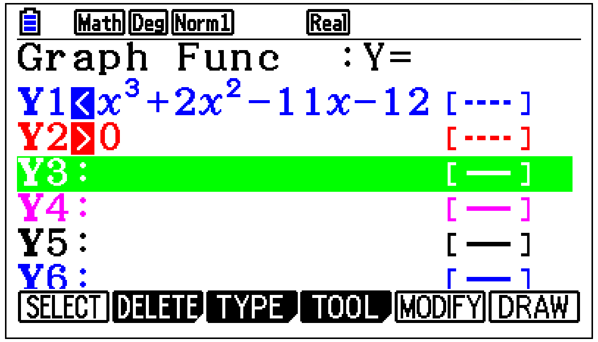
$f(x) > 0$

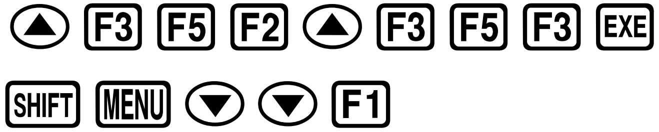
$f(x) < 0$

Inequações de grau 3

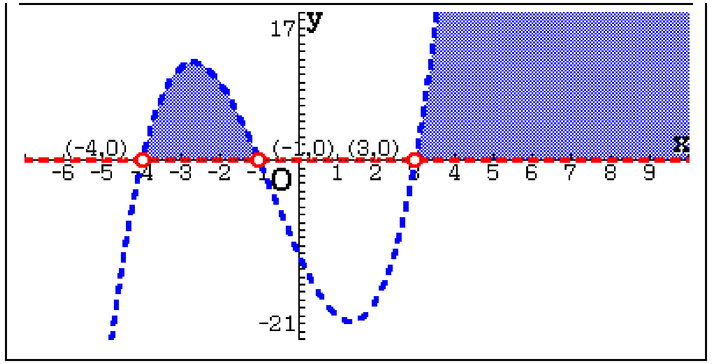
Com recurso à calculadora gráfica



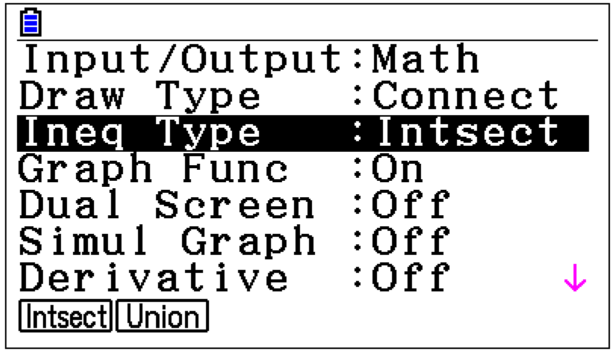


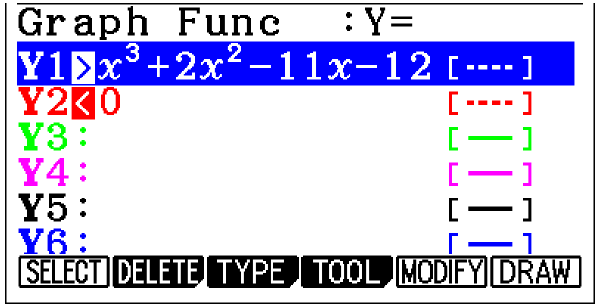


$f(x) > 0 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 11x - 12 > 0$

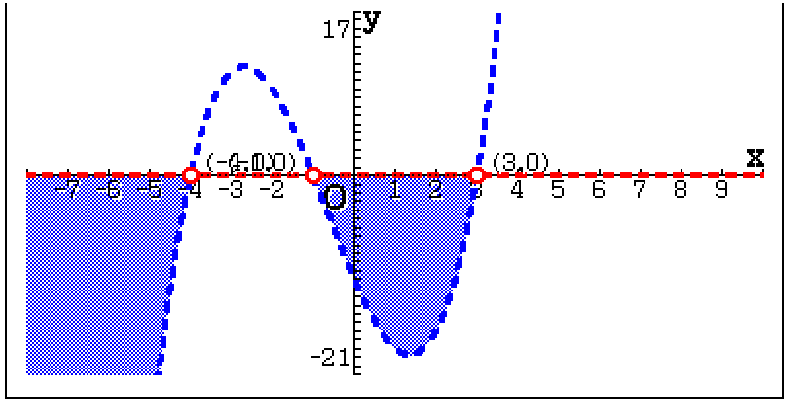


C.S.= $]-4, -1[\cup]3, +\infty[$





$f(x) < 0 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 11x - 12 < 0$



C.S.= $]-\infty, -4[\cup]-1, 3[$

https://youtu.be/0GboSx23Cio

Inequações de grau superior a dois

Exercício 2 Resolve, em IR, as inequações seguintes:

Todos os polinómios de grau ímpar têm pelo menos uma raiz real.

2.1 $x^3 - 1 \leq 0$

Resolução:

$x^3 - 1 = 0$
$\Leftrightarrow x^3 = 1$
$\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{1}$
$\Leftrightarrow x = 1$

1 é um zero de $x^3 - 1$

Regra de Ruffini

	1	0	0	−1
1		1	1	1
	1	1	1	$\boxed{0}$

$x^3 - 1 = (x-1)(x^2+x+1)$

$x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$

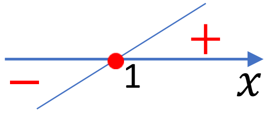
Como $1^2 - 4 \times 1 \times 1 < 0$

Então $x^2 + x + 1$ não tem zeros

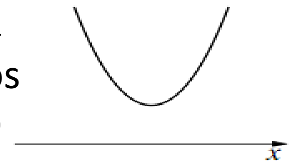
Nota: Em IR, se um polinómio do 2ºgrau não tem zeros reais, então não pode ser fatorizado.

Assim, temos que: $x^3 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x-1)(x^2+x+1)}_{\text{Decomposição em fatores no menor grau possível}} \leq 0$

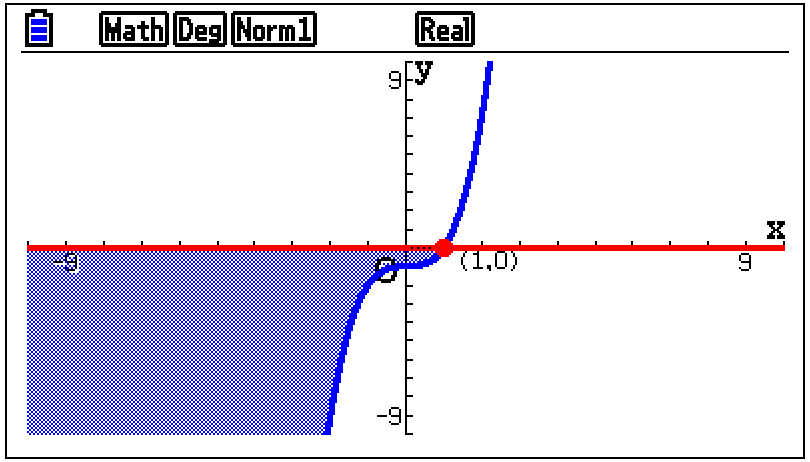
$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$



$x^2 + x + 1$
Não tem zeros
e $a = 1 > 0$



x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	0	$+$
x^2+x+1	$+$	$+$	$+$
x^3-1	$-$	0	$+$



$x^3 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty, 1]$ C.S.$=]-\infty, 1]$

Inequações de grau superior a dois

Exercício 2 Resolve, em IR, as inequações seguintes:

2.2 $-2x^3 - 2x^2 + 10x - 6 < 0$, sabendo que 1 é raiz dupla.

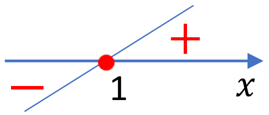
Resolução:

$$-2x^3 - 2x^2 + 10x - 6 < 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-1)(-2x-6) < 0$$

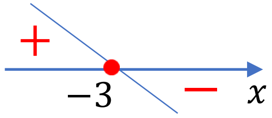
Regra de Ruffini

	-2	-2	10	-6
1		-2	-4	6
	-2	-4	6	$\boxed{0}$
1		-2	-6	
	-2	-6	$\boxed{0}$	

$x - 1 = 0$
$\Leftrightarrow x = 1$

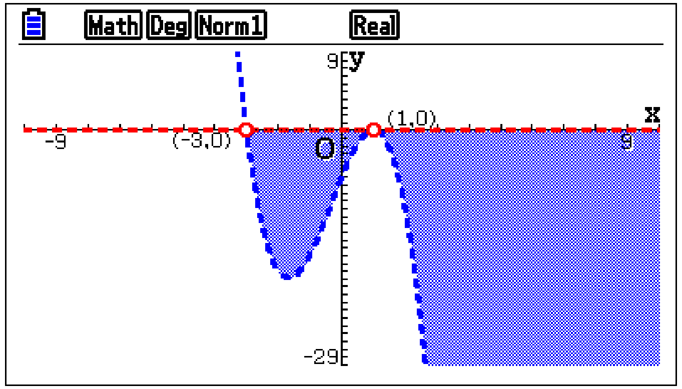


$-2x - 6 = 0$
$\Leftrightarrow x = -3$



x	$-\infty$	-3		1	$+\infty$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$-2x-6$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$(x-1)(x-1)(-2x-6)$	$+$	0	$-$	0	$-$

$C.S. =]-3, +\infty[\setminus \{1\}$



Inequações de grau superior a dois

Exercício 2 Resolve, em IR, as inequações seguintes:

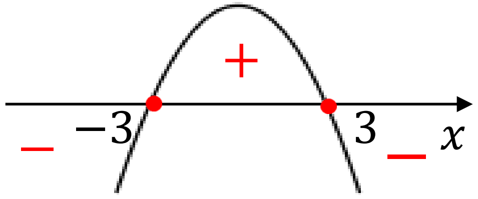
2.3 $(-x^2+9)C(x) > 0$, sabendo que:

- $C(x)$ é um polinómio do 3.ºgrau;
- $\forall\, x \in IR, C(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -4\right[$;
- $C(x)$ só tem um zero.

zero de $C(x)$

Resolução:

$$-x^2+9=0$$
$$\Leftrightarrow x^2=9$$
$$\Leftrightarrow x=-3 \lor x=3$$



x	$-\infty$	-4		-3		3	$+\infty$
$-x^2+9$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	0	$-$
$C(x)$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$
$(-x^2+9)C(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$$(-x^2+9)C(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left]-4, -3\right[\cup \left]3, +\infty\right[$$

MATERIAL PARA A PROXIMA AULA (Aula nº12):

- ✓ 1 Cartão ou cartolina quadrada **com 30 cm de lado** (utiliza materiais recicláveis);
- ✓ Régua;
- ✓ Tesoura;
- ✓ Lápis ou caneta.

Estuda com Autonomia!

"Na sala de aula, todos ensinam, todos aprendem."
Em casa, também, poderá ser igual!