TELENSINO 2020

MATEMÁTICA A – 10ºANO

Gracinda Santos

Adaptado do manual: Dimensões Matemática A 10ºAno, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Martins, Editora Santillana

Situação 1 Função definida por ramos como modelo de situações do quotidiano

A operadora de telemóveis TELEM propõe como modelo matemático para o seu tarifário a seguinte função:

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}3 & se \ \ 0 < x \leq 1 \\ 0{,}3 + 0{,}2(x-1) & se \ \ x > 1 \end{cases}$$

Em muitas situações descreve-se o comportamento de uma função representando-a por expressões analíticas diferentes em partes diferentes do seu domínio. Neste caso, diz-se que **a função** se encontra definida **por ramos**.

em que $\boldsymbol{x}$ **é a duração** da chamada, em minutos, e $\boldsymbol{f(x)}$ **o seu custo**, em euros.

1.1 Qual é o custo de uma chamada que dura 30 segundos? E o de uma chamada de 1 minuto? E o de uma chamada de 3 minutos?

R: $\boldsymbol{f(0,5) = 0,3}$ **e** $\boldsymbol{f(1) = 0,3}$

O custo de uma chamada que dura 30 segundos ou 1 minuto é de 30 cêntimos.

$\boldsymbol{f(3) = 0,3 + 0,2(3-1) = 0,7}$

E o de uma chamada de 3 minutos é de 70 cêntimos.

Extraído do manual, Dimensões Matemática A 10ºAno, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Martins, Editora Santillana

Situação 1 Função definida por ramos como modelo de situações do quotidiano

A operadora de telemóveis TELEM propõe como modelo matemático para o seu tarifário a seguinte função:

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}3 & se\ \ 0 < x \leq 1 \\ 0{,}3 + 0{,}2(x-1) & se\ \ x > 1 \end{cases}$$

em que $\boldsymbol{x}$ **é a duração** da chamada, em minutos, e $\boldsymbol{f(x)}$ **o seu custo**, em euros.

1.2 A Joana gastou $0{,}56$ euros numa chamada. Quanto tempo falou a Joana? Apresente o resultado em **minutos e segundos**.

Resolução

$$\mathbf{0,3 + 0,2(x-1) = 0,56 \Leftrightarrow 0,3 + 0,2x - 0,2 = 0,56 \Leftrightarrow x = \frac{0{,}56 - 0{,}1}{0{,}2} = 2,3\ min}$$

A Joana falou 2,3 min é 2 min e 18 segundos.

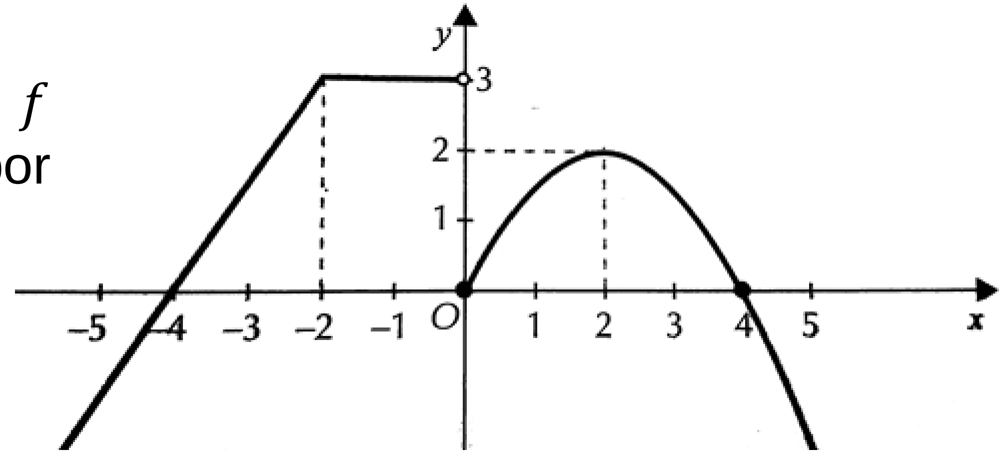
$$2{,}3\ min = 2\ \text{min} + \underbrace{0{,}3\ \text{min}}_{0{,}3 \times 60 = 18\ segundos}$$

Função definida por ramos

Exercício 1

Na figura está representado parte do gráfico da função f de domínio IR. Sabe-se que, em IR^+, f é definida por uma função quadrática.

Define f analiticamente.



Extraído do manual: Expoente 10, Matemática A, 10ºano, Daniela Raposo, Luzia Gomes, ASA

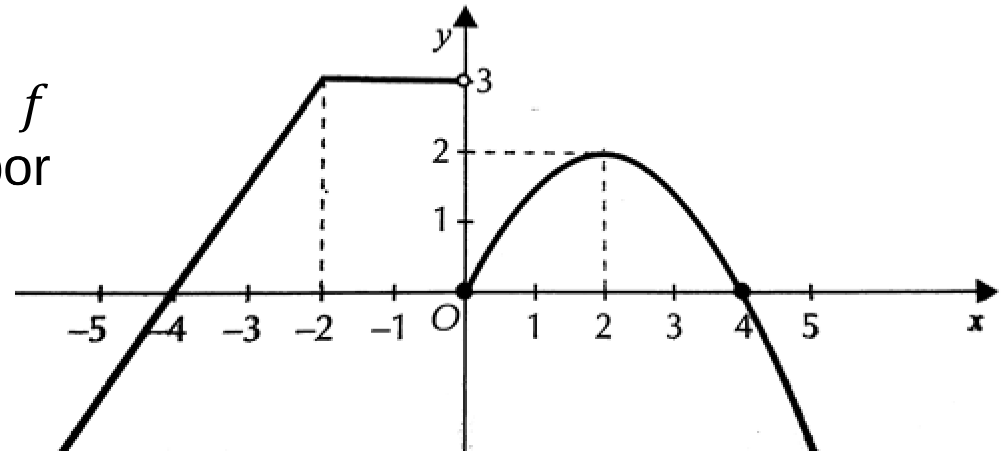
Resolução:

Nos intervalos $]-\infty, -2]$, $]-2, 0[$ e $[0, +\infty[$, cuja reunião é o domínio da função f, esta função pode ser definida por três expressões, respetivamente:

Função definida por ramos

Exercício 1

Na figura está representado parte do gráfico da função f de domínio IR. Sabe-se que, em IR^+, f é definida por uma função quadrática.



Define f analiticamente.

Resolução:

1º Ramo: Com $x \in \left]-\infty, -2\right]$ temos uma expressão do tipo $y = ax + b$, $a \neq 0$, (parte de uma reta não vertical) em que a é o declive da reta e b é a ordenada na origem.

Como $(-4, 0)$ e $(-2, 3)$ são pontos desta reta, vem que: $a = \frac{3-0}{-2-(-4)} = \frac{3}{2}$

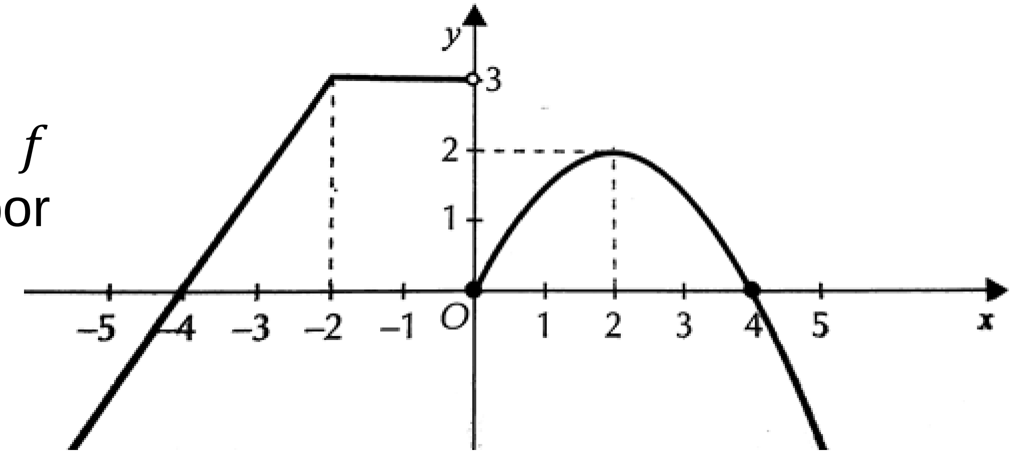
substituído o ponto $(-4, 0)$ em $y = ax + b$, temos que: $0 = \frac{3}{2} \times (-4) + b \Leftrightarrow b = 6$

Assim a expressão do 1ºramo é $y = \frac{3}{2}x + 6$.

Função definida por ramos

Exercício 1

Na figura está representado parte do gráfico da função f de domínio IR. Sabe-se que, em IR^+, f é definida por uma função quadrática.



Define f analiticamente.

Resolução:

2º Ramo: Com $x \in \left]-2, 0\right[$ temos a expressão $y = 3$ (parte de uma reta horizontal)

3º Ramo: Com $x \in \left[0, +\infty\right[$ temos uma expressão do tipo $y = a(x-h)^2 + k$, $a \neq 0$ (parte de uma parábola)

Como o $V(2, 2)$, temos que: $y = a(x-2)^2 + 2$

Substituindo o ponto (0, 0), por exemplo, na igualdade anterior, vem que:

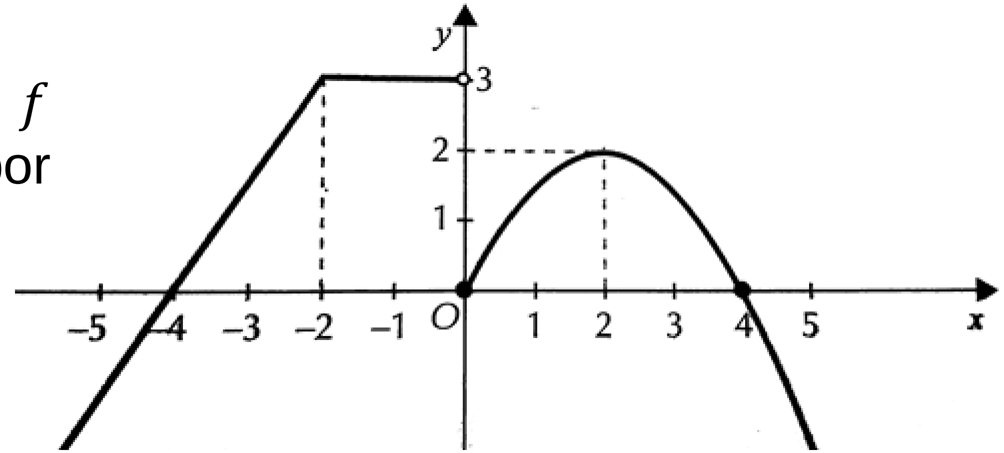
$$0 = a(0-2)^2 + 2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$$

A equação da parábola é $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$.

Função definida por ramos

Exercício 1

Na figura está representado parte do gráfico da função f de domínio IR. Sabe-se que, em IR^+, f é definida por uma função quadrática.



Define f analiticamente.

Resolução:

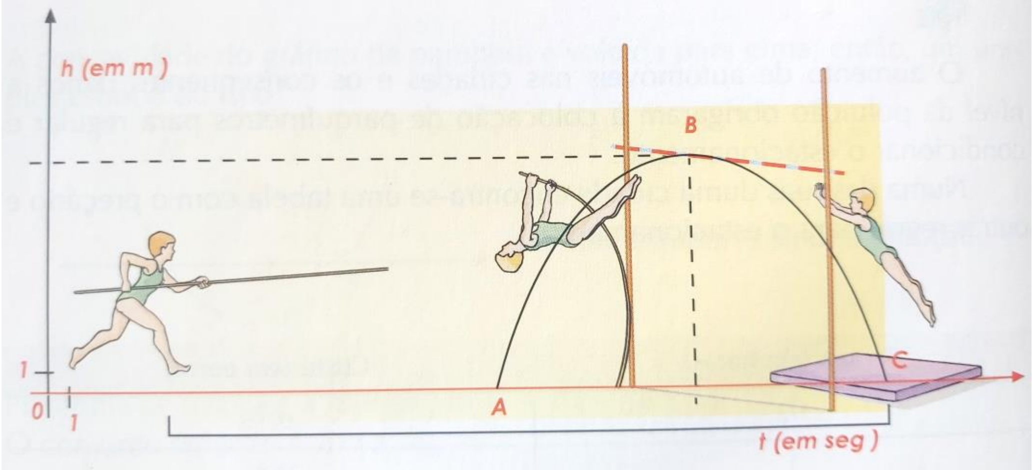
Assim, temos que a expressão analítica da função f é:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{2}x+6 & se\ \ x\leq -2\\ 3 & se\ \ -2< x<0\\ -\frac{1}{2}(x-2)^2+2 & se\ \ x\geq 0\end{cases}$$

Função definida por ramos com recurso à calculadora gráfica

Situação 2 A matemática e o desporto.

Na figura ao lado está representada a trajetória de uma atleta no salto à vara, que relaciona em cada instante, t, a altura, h, da atleta em relação ao solo. Sabe-se que:



Adaptado do manual: Espaço 10, Matemática A, edições ASA

$$h(t) = \begin{cases} 0 & se\ 0 \leq t < 30 \\ -0{,}15(t-36)^2 + 5{,}4 & se\ \ t \geq 30 \end{cases}$$

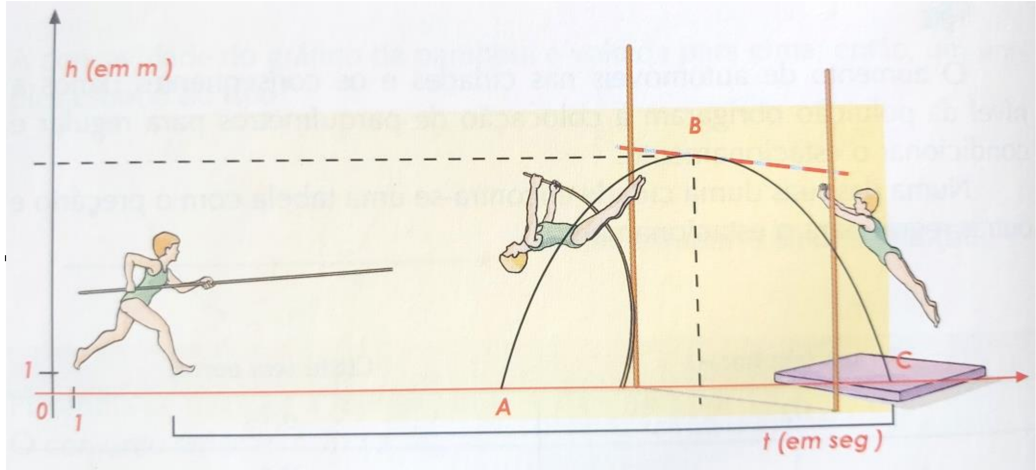
$t\ em\ segundos\ e\ h(t)\ em\ metros.$

Recorrendo às capacidades da calculadora gráfica, com uma janela de visualização adequada, estude o modelo matemático apresentado e responda às questões seguintes, incluindo os elementos recolhidos na utilização da calculadora, gráficos e coordenadas de alguns pontos.

Função definida por ramos com recurso à calculadora gráfica

Situação 2 A matemática e o desporto.

Na figura ao lado está representada a trajetória de uma atleta no salto à vara, que relaciona em cada instante, t, a altura, h, da atleta em relação ao solo.



Adaptado do manual: Espaço 10, Matemática A, edições ASA

Sabe-se que:

$$h(t) = \begin{cases} 0 & se\ 0 \leq t < 30 \\ -0{,}15(t-36)^2 + 5{,}4 & se\ \ t \geq 30 \end{cases}$$

$t\ em\ segundos\ e\ h(t)\ em\ metros.$

1. 1 Ao fim de quanto tempo, após o início da corrida, se inicia a elevação?

1. 2 Desde o início da corrida, quanto tempo durou o salto?

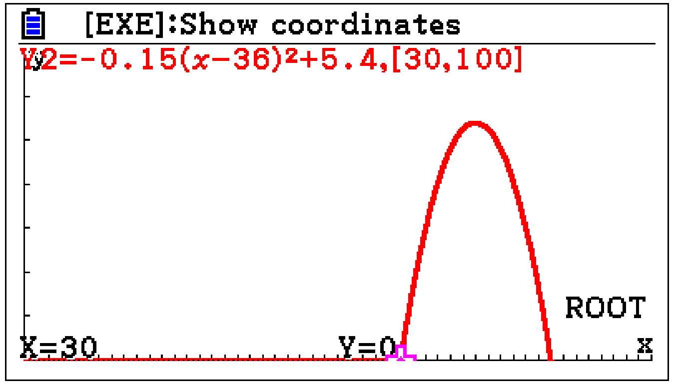
1. 3 Qual foi a altura máxima atingida pela atleta? Apresente o resultado em centímetros.

1. 4 Na “descida”, em que instante a atleta atingiu 4,8 metros?

1. 5 Durante quanto tempo, a altura atingida pela atleta foi igual ou superior a 3 metros?

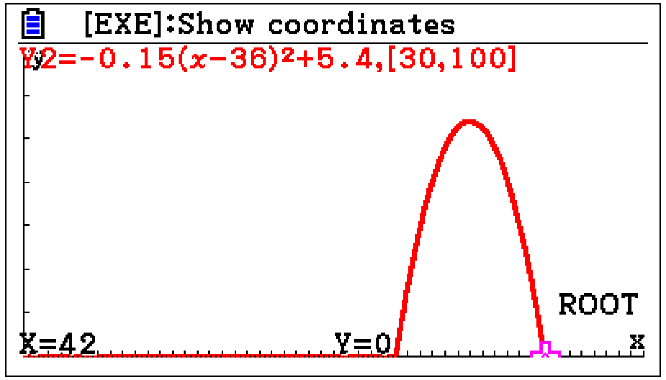
Situação 2 A matemática e o desporto. Função definida por ramos com recurso à calculadora gráfica

Questão 1.1



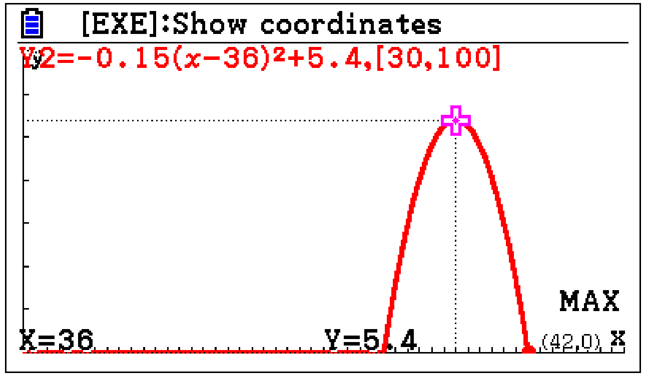
R: Após o início da corrida, a atleta iniciou a elevação ao fim de 30 segundos.

Questão 1.2



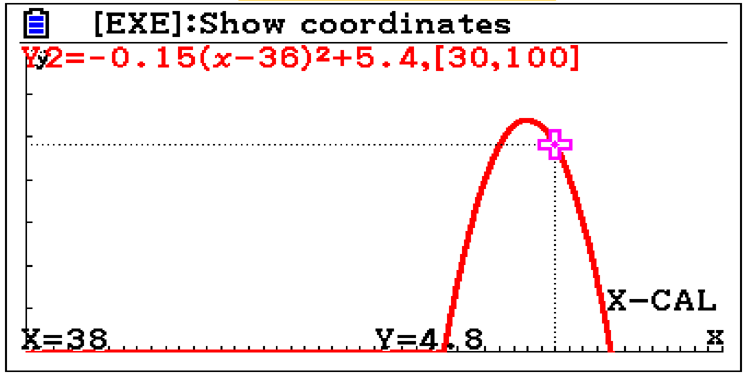
R: Desde o início da corrida, o salto durou 42 segundos.

Questão 1.3



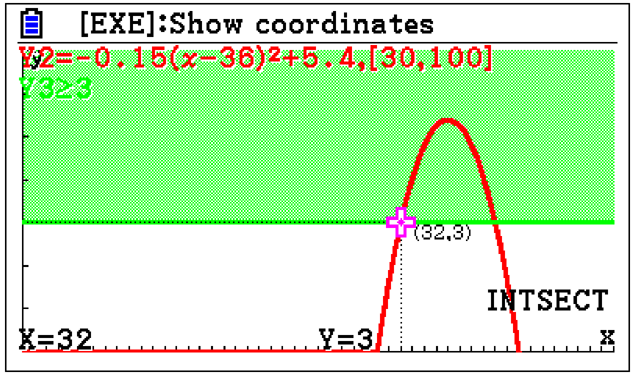
R: A altura máxima atingida pela atleta, em centímetros foi 540 cm.

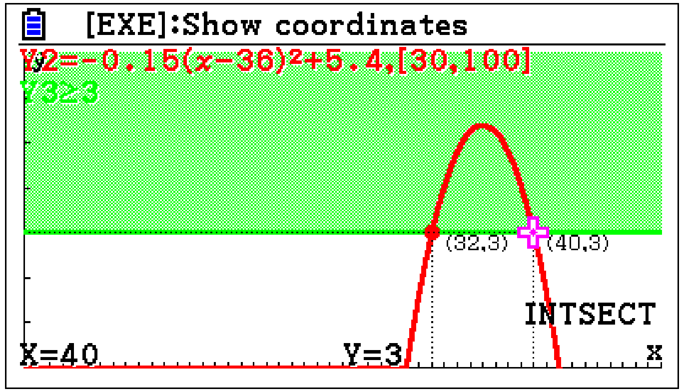
Questão 1.4



R: A atleta atingiu 4,8 metros, na "descida", ao fim de 38 segundos.

Questão 1.5





R: Durante 8 segundos (40-32=8), a altura atingida pela atleta foi igual ou superior a 3 metros.

“A ciência de hoje é a tecnologia de amanhã.”

Edward Teller (Físico)

“Na sala de aula, todos ensinam, todos aprendem.”
Em casa, também, poderá ser igual!