TELENSINO 2020

MATEMÁTICA A – 10ºANO

Gracinda Santos

Exercício 1- Aula Nº2

Resolve, em IR, a inequação: $\frac{x^2-3x}{2}+3\geq x(x-2)$.

Resolução

$$\frac{x^2-3x}{2}+3\geq x(x-2)\Leftrightarrow \frac{x^2-3x}{2}+3\geq x^2-2x\Leftrightarrow x^2-3x+6\geq 2x^2-4x\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2-2x^2-3x+4x+6\geq 0\Leftrightarrow -x^2+x+6\geq 0$$

Para determinar o conjunto solução da condição anterior, basta fazer o estudo do sinal da função quadrática definida pela expressão $f(x)=-x^2+x+6$

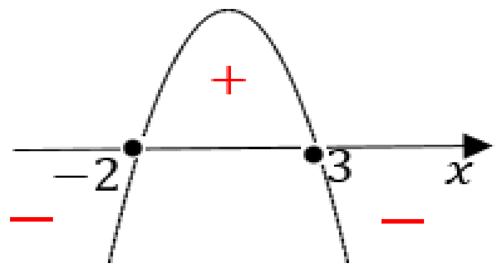
❖ **Determinar os zeros da função f:**

$$f(x)=0\Leftrightarrow -x^2+x+6=0\Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times(-1)\times 6}}{2\times(-1)}\Leftrightarrow x=\frac{-1\pm 5}{-2}\Leftrightarrow x=-2\ \vee x=3$$

❖ **Estudar o sinal da função f:**

$a=-1$ **logo a concavidade é voltada para baixo**

Esboço do gráfico da função



$$-x^2+x+6\geq 0\ \Leftrightarrow x\in[-2\,,3]$$

Logo, $S=[-2\,,\ 3]$

Exercício extraído do manual: Máximo 10, Matemática A, 10ºano, Maria Augusta Neves, Luís Guerreiro, António Pinto Silva, Porto Editora

Exercício 2 - Aula Nº2 Considera as funções quadráticas g e h definidas em IR.

Sabe-se que: $g(x) = (m-3)x^2 - 2x + 8$, $m \in IR\backslash\{3\}$;

-1 e 3 são zeros da função h;

-2 é mínimo de h.

2.1 Determina os valores de $\boldsymbol{m}$ de modo que o gráfico de $\boldsymbol{g}$ tenha a concavidade voltada para cima.

Resolução

Para que o gráfico da função tenha a concavidade voltada para cima $\boldsymbol{m-3>0 \Leftrightarrow m>3}$. Assim, $\boldsymbol{m \in \left]3,+\infty\right[}$.

2.2 Considera $m = 2$.

2.2.1 Escreve $g(x)$ na forma $a(x-h)^2+k$, $a \neq 0$.

Resolução

Considerando $\boldsymbol{m=2}$, $\boldsymbol{g(x) = (2-3)x^2 - 2x + 8 \Leftrightarrow g(x) = -x^2 - 2x + 8}$

Aplicando o método do completar do quadrado:

$$\boldsymbol{-x^2 - 2x + 8 = -\left(x^2 + 2x\right) + 8 = -(x+1)^2 - (-1) \times 1^2 + 8 = -(x+1)^2 + 9}$$

Assim, temos que: $\boldsymbol{g(x) = -(x+1)^2 + 9}$.

Exercício 2 - Aula Nº2 Considera as funções quadráticas g e h definidas em IR.

Sabe-se que: $g(x) = (m-3)x^2 - 2x + 8 \;\;,\;\; m \in IR\backslash\{3\}$;

-1 e 3 são zeros da função h;

-2 é mínimo de h.

2.2 Considera $m = 2$.

2.2.2 Indica as coordenadas do vértice e a equação do eixo de simetria da parábola que representa graficamente a função g.

Resolução

$$\boldsymbol{g(x) = -(x+1)^2 + 9}$$

Vértice: $\boldsymbol{V(-1, 9)}$

Equação do eixo de simetria: $\boldsymbol{x = -1}$

Exercício 2 - Aula Nº2 Considera as funções quadráticas g e h definidas em IR.

Sabe-se que: $g(x) = (m-3)x^2 - 2x + 8 \quad , \quad m \in IR\backslash\{3\};$

-1 e 3 são zeros da função h;

-2 é mínimo de h.

2.2 Considera $m = 2$.

2.2.3 Determina, analiticamente, os valores de x para os quais $g(x) < 0$.

Resolução $g(x) < 0 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 8 < 0$

Para encontrar o conjunto solução da condição anterior, basta fazer o estudo do sinal da função quadrática definida pela expressão $g(x) = -x^2 - 2x + 8$

❖ **Determinar os zeros da função g:**

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-1) \times 8}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 6}{-2} \Leftrightarrow x = -4 \ \vee \ x = 2$$

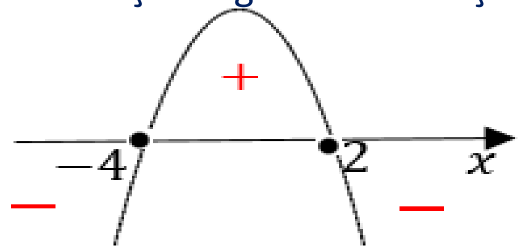
❖ **Estudar o sinal da função f:**

$a = -1$ **logo a concavidade é voltada para baixo**

$-x^2 - 2x + 8 < 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -4\right[\cup \left]2, +\infty\right[$

Logo, $S = \left]-\infty, -4\right[\cup \left]2, +\infty\right[$

Esboço do gráfico da função



Exercício 2 - Aula Nº2 Considera as funções quadráticas g e h definidas em IR.

2.3 Escreve uma expressão analítica da função h.

Resolução

Sabe-se que: -1 e 3 são zeros da função h e -2 é mínimo de h.

$$x_V = \frac{-1+3}{2} = 1 \quad \text{e} \quad y_V = -2$$

Substituído $V(1,-2)$ na expressão $y = a(x-h)^2 + k$, $a \neq 0$, vem que:

$$y = a(x-1)^2 - 2$$

Substituído o ponto $(-1,0)$ na equação anterior, temos:

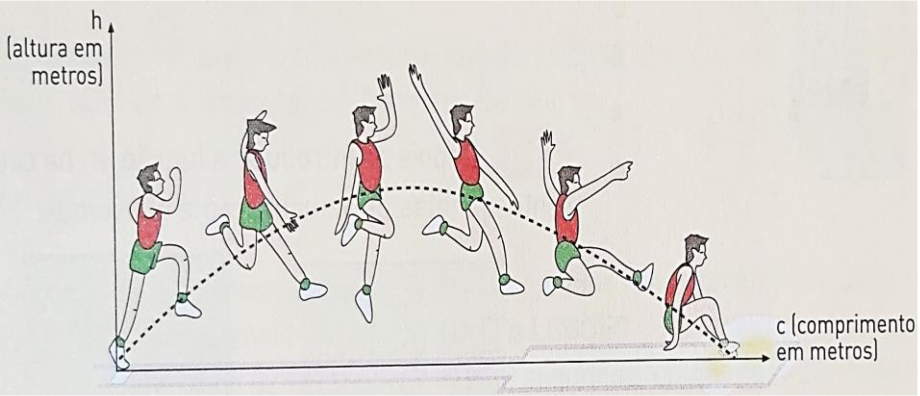
$$y = a(x-1)^2 - 2$$

$$0 = a(-1-1)^2 - 2 \Leftrightarrow 2 = 4a \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

Assim, $h(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2$.

Situação 1 — Função quadrática como modelo de situações do quotidiano

O salto em comprimento de um atleta pode ser descrito pelo gráfico ao lado, em que $\boldsymbol{h}$ representa a altura, em metros, atingida pelo atleta e $\boldsymbol{c}$ o espaço percorrido na horizontal, em metros.



A expressão analítica da função $\boldsymbol{h}$ representada graficamente é:

$$\boldsymbol{h(c) = -0,15c^2 + 1,05c}$$

Com recurso à calculadora gráfica, responde às questões seguintes.

1.1 Qual é a altura máxima atingida pelo atleta? Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

1.2 Indica o comprimento do salto, na horizontal em metros, atingido pelo atleta.

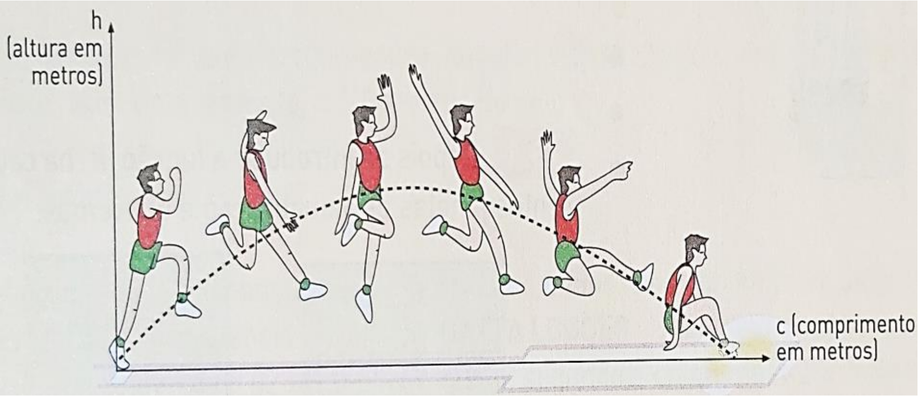
1.3 Quando atinge, pela primeira vez, uma altura de 1,5 metros, quantos metros na horizontal se deslocou o atleta? Apresenta o valor do resultado arredondado às centésimas.

1.4 Para que valores de $\boldsymbol{c}$ temos $h(c)$ > 1,5 e interpreta a solução no contexto da situação.

Adaptado do manual, Matemática Módulo A2 – Funções Polinomiais, Cursos Profissionais, Helena Salomé, Liliana dos Prazeres Silva, Lisboa Editora.

Situação 1 — Função quadrática como modelo de situações do quotidiano

O salto em comprimento de um atleta pode ser descrito pelo gráfico ao lado, em que $\boldsymbol{h}$ representa a altura, em metros, atingida pelo atleta e $\boldsymbol{c}$ o espaço percorrido na horizontal, em metros.



A expressão analítica da função $\boldsymbol{h}$ representada graficamente é:

$$\boldsymbol{h(c) = -0,15c^2 + 1,05c}$$

Com recurso à calculadora gráfica.

1.1 Qual é a altura máxima atingida pelo atleta? Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

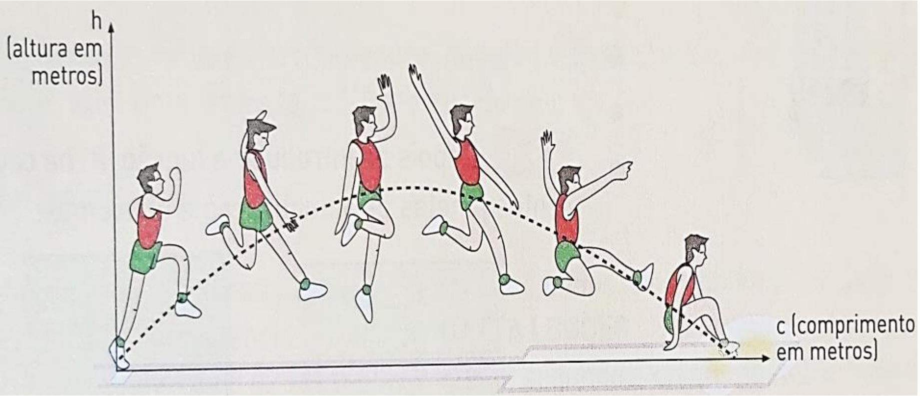
R: A altura máxima atingida pelo atleta foi 1,84 metros.

ANALITICAMENTE,

$$V\left(-\frac{b}{2a}, h\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) \quad x_V = -\frac{1,05}{2\times(-0,15)} = 3,5 \text{ e } \quad y_V = -0,15 \times 3,5^2 + 1,05 \times 3,5 = 1,8375 \cong 1,84$$

Situação 1 Função quadrática como modelo de situações do quotidiano

O salto em comprimento de um atleta pode ser descrito pelo gráfico ao lado, em que $\boldsymbol{h}$ representa a **altura**, em metros, atingida pelo atleta e $\boldsymbol{c}$ o **espaço percorrido na horizontal**, em metros.
A expressão analítica da função $\boldsymbol{h}$ representada graficamente é:



$$\boldsymbol{h(c) = -0,15c^2 + 1,05c}$$

Com recurso à calculadora gráfica.

1.2 Indica o comprimento do salto, na horizontal, em metros, atingido pelo atleta.

R: O comprimento do salto, na horizontal, atingido pelo atleta foi 7 metros.

ANALITICAMENTE,

$h(c) = 0 \;\Leftrightarrow$

$-0{,}15c^2 + 1{,}05c = 0$

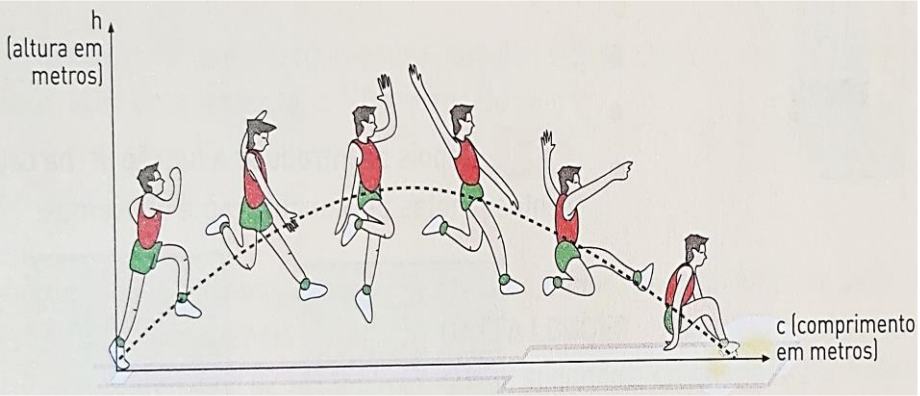
$\Leftrightarrow c(-0{,}15c + 1{,}05) = 0$

$\Leftrightarrow c = 0 \vee -0{,}15c + 1{,}05 = 0$

$\Leftrightarrow c = 0 \vee c = 7$ No contexto da situação o comprimento do salto foi 7m.

Situação 1 Função quadrática como modelo de situações do quotidiano

O salto em comprimento de um atleta pode ser descrito pelo gráfico ao lado, em que $\boldsymbol{h}$ representa a **altura**, em metros, atingida pelo atleta e $\boldsymbol{c}$ **o espaço percorrido na horizontal**, em metros.



A expressão analítica da função $\boldsymbol{h}$ representada graficamente é: $\boldsymbol{h(c) = -0,15c^2 + 1,05c}$

Com recurso à calculadora gráfica.

1.3 Quando atinge, pela primeira vez, uma altura de 1,5 metros, quantos metros na horizontal se deslocou o atleta? Apresenta o valor arredondado às centésimas.

R: O atleta deslocou-se, na horizontal, 2 metros.

ANALITICAMENTE,

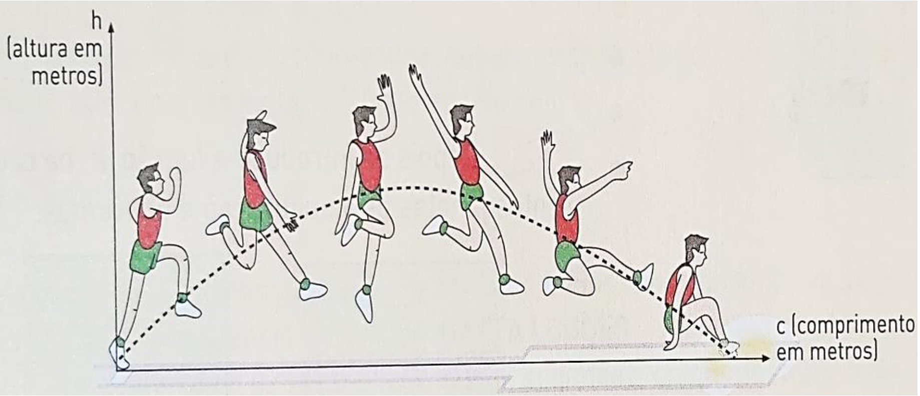
$h(c) = 1,5 \Leftrightarrow -0,15c^2 + 1,05c = 1,5 \Leftrightarrow -0,15c^2 + 1,05c - 1,5 = 0$

$\Leftrightarrow c = \frac{-1,05 \pm \sqrt{1,05^2 - 4\times(-0,15)\times(-1,5)}}{2\times(-0,15)} \Leftrightarrow c = 2 \vee c = 5$

No contexto da situação, $c = 2$ é o valor da resposta à esta questão.

Situação 1 Função quadrática como modelo de situações do quotidiano

O salto em comprimento de um atleta pode ser descrito pelo gráfico ao lado, em que $\boldsymbol{h}$ representa a altura, em metros, atingida pelo atleta e $\boldsymbol{c}$ o espaço percorrido na horizontal, em metros. A expressão analítica da função $\boldsymbol{h}$ representada graficamente é:



$$\boldsymbol{h(c) = -0,15c^2 + 1,05c}$$

Com recurso à calculadora gráfica.

1.4 Para que valores de $\boldsymbol{c}$ temos $h(c)$ >1,5 e interpreta a solução no contexto da situação.

R: $\boldsymbol{h(c) > 1,5 \Leftrightarrow c \in \,]2,5[}$.

No contexto da situação significa que quando o atleta se encontra entre os 2 e 5 metros, na horizontal, a sua altura é superior a 1,5 metros.

ANALITICAMENTE,

Resolver a inequação $h(c) > 1{,}5$ e apresentar a solução no contexto da situação.

"Na sala de aula, todos ensinam, todos aprendem."

Em casa, também, poderá ser igual!