Proposta de trabalho – 1

Telensino

Uma agência de viagens pretende organizar uma excursão

para 500 pessoas que vão a um concerto de verão.

Para o efeito, terá de alugar autocarros a uma

empresa que apresentou as seguintes condições:

- Dispõe de 7 autocarros de 50 lugares e de 15 pequenos autocarros de 30 lugares;
- O aluguer de um autocarro de 50 lugares custa 850 euros e um de 30 lugares custa 450 euros;
- No dia da excursão apenas estão disponíveis 14 motoristas.

Quantos autocarros de cada tipo deverão ser alugados pela agência, para **minimizar o custo da viagem**?

Matemática B
11.º ano

Proposta de trabalho – 1 Resolução

- 7 autocarros de 50 lugares (850 € cada)
- 15 autocarros de 30 lugares (450 € cada)
- 14 motoristas disponíveis.

$\boldsymbol{x}$: *"n.º de autocarros de 50 lugares"*

$\boldsymbol{y}$: *"n.º de autocarros de 30 lugares"*

Função objetivo

$$L(x, y) = 850x + 450y$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 50x + 30y \geq 500 & \text{(n.° de lugares necessários nos autocarros)} \\ x + y \leq 14 & \text{(n.° de motoristas disponíveis)} \\ x \leq 7 & \text{(n.° de autocarros de 50 lugares disponíveis)} \\ y \leq 15 & \text{(n.° de autocarros de 30 lugares disponíveis)} \end{cases}$$

Matemática B
11.º ano

Proposta de trabalho – 1 Resolução

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 50x + 30y \leq 500 \\ x + y \leq 14 \\ x \leq 7 \\ y \leq 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 30y \leq -50x + 500 \\ y \leq -x + 14 \\ x \leq 7 \\ y \leq 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq \dfrac{-5\cancel{0}x}{3\cancel{0}} + \dfrac{50\cancel{0}}{3\cancel{0}} \\ y \leq -x + 14 \\ x \leq 7 \\ y \leq 15 \end{cases}$$

Telensino

Matemática B
11.º ano

Telensino

$x \square 0$

$y \square 0$

$y \square \square \frac{5x}{3} \square \frac{50}{3}$

$y \square \square x \square 14$

$x \square 7$

$y \square 15$

C. A.

Determinar coordenadas de dois pontos da reta

$$y = -\frac{5x}{3} + \frac{50}{3}$$

- Se $y = 0$; $\quad 0 = -\frac{5x}{3} + \frac{50}{3} \Leftrightarrow 5x = 50 \Leftrightarrow x = 10$

$(10, 0)$

- Se $x = 1$; $\quad y = -\frac{5 \times 1}{3} + \frac{50}{3} \Leftrightarrow y = \frac{45}{3}$

$\Leftrightarrow y = 15$ $\quad (1, 15)$

Telensino

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq -\dfrac{5x}{3} + \dfrac{50}{3} \\ y \leq -x + 14 \\ x \leq 7 \\ y \leq 15 \end{cases}$$

C. A.

Determinar coordenadas de dois pontos da reta

$y = -x + 14$

- Se $y = 0$; $0 = -x + 14 \Leftrightarrow x = 14$

$(14, 0)$

- Se $x = 0$; $y = 0 + 14 \Leftrightarrow y = 14$

$(0, 14)$

Proposta de trabalho – 1 Resolução

$y \ □ \ □ \dfrac{5x}{3} \ □ \ \dfrac{50}{3}$

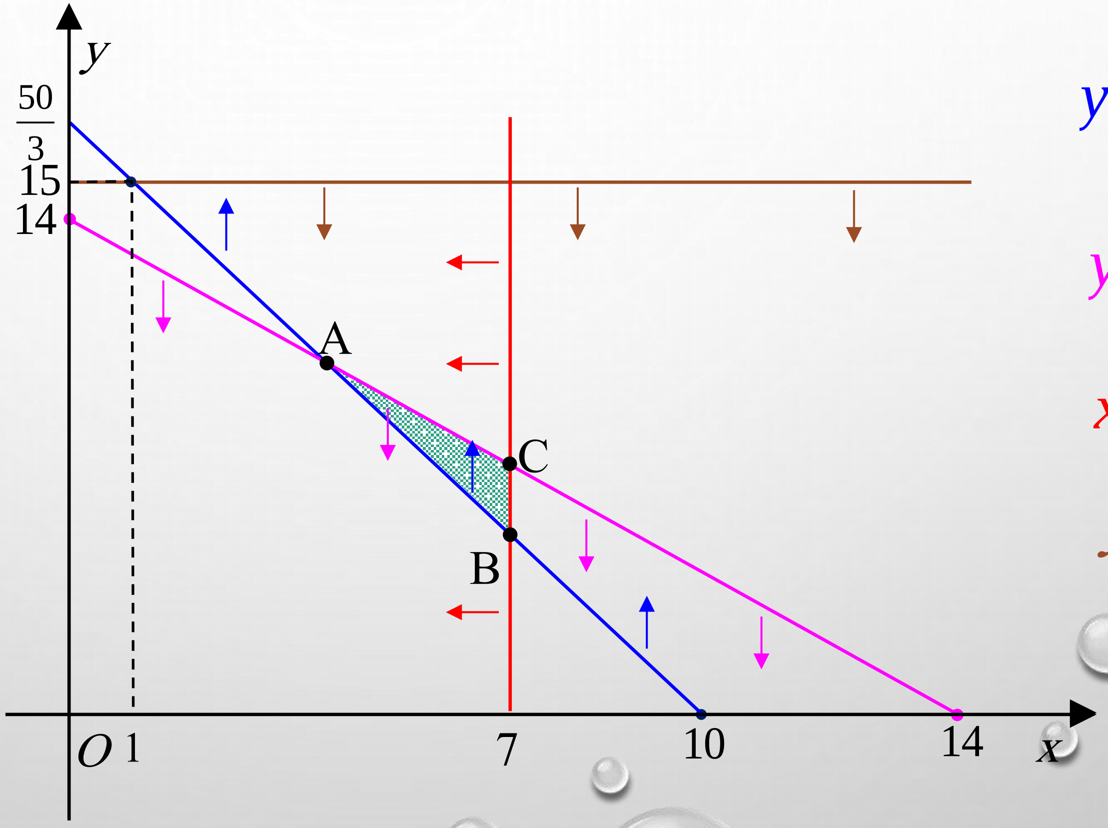
$10, \ 0$ e $1, \ 15$

$y \ □ \ □x \ □ \ 14$

$14, \ 0$ e $0, \ 14$

$x \ □ \ 7$

$y = 15$



$y \ □ \ □ \dfrac{5x}{3} \ □ \ \dfrac{50}{3}$

$y \ □ \ □x \ □ \ 14$

$x \ □ \ 7$

$y \leq 15$

Matemática B
11.º ano

Proposta de trabalho – 1 Resolução

Coordenadas do ponto A

$$\begin{cases} y = -x + 14 \\ y = -\dfrac{5x}{3} + \dfrac{50}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 14 \\ \underset{(3)}{-x} + \underset{(3)}{14} = -\dfrac{5x}{3} + \dfrac{50}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 14 \\ -3x + 42 = -5x + 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 14 \\ 2x = \underbrace{50 - 42}_{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 + 14 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 \\ x = 4 \end{cases} \qquad A(4, 10)$$

Telensino

Matemática B
11.º ano

Proposta de trabalho – 1 Resolução

Telensino

Coordenadas do ponto B

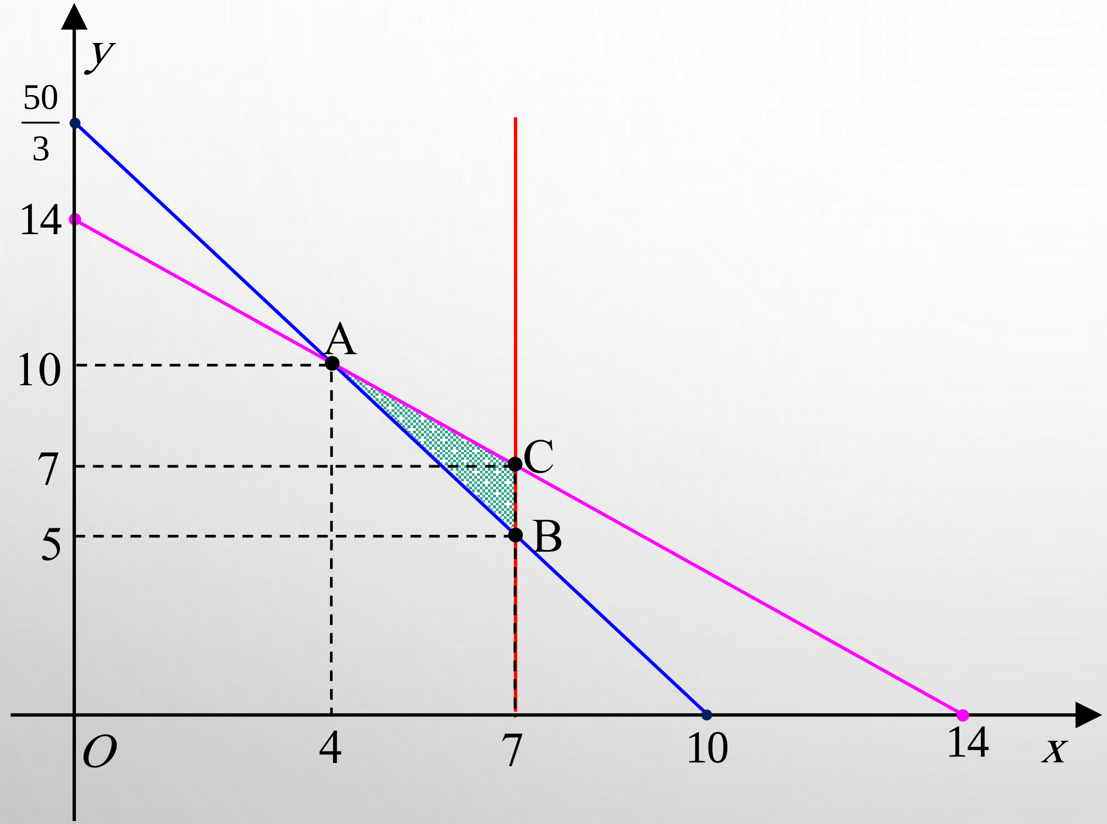
$$\begin{cases} y = -\dfrac{5x}{3} + \dfrac{50}{3} \\ x = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{5 \times 7}{3} + \dfrac{50}{3} \\ x = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{35}{3} + \dfrac{50}{3} \\ x = 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{15}{3} \\ x = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 7 \end{cases} \qquad B(7, 5)$$

Coordenadas do ponto C

$$\begin{cases} y = -x + 14 \\ x = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -7 + 14 \\ x = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 \\ x = 7 \end{cases} \qquad C(7, 7)$$

Proposta de trabalho – 1 Resolução



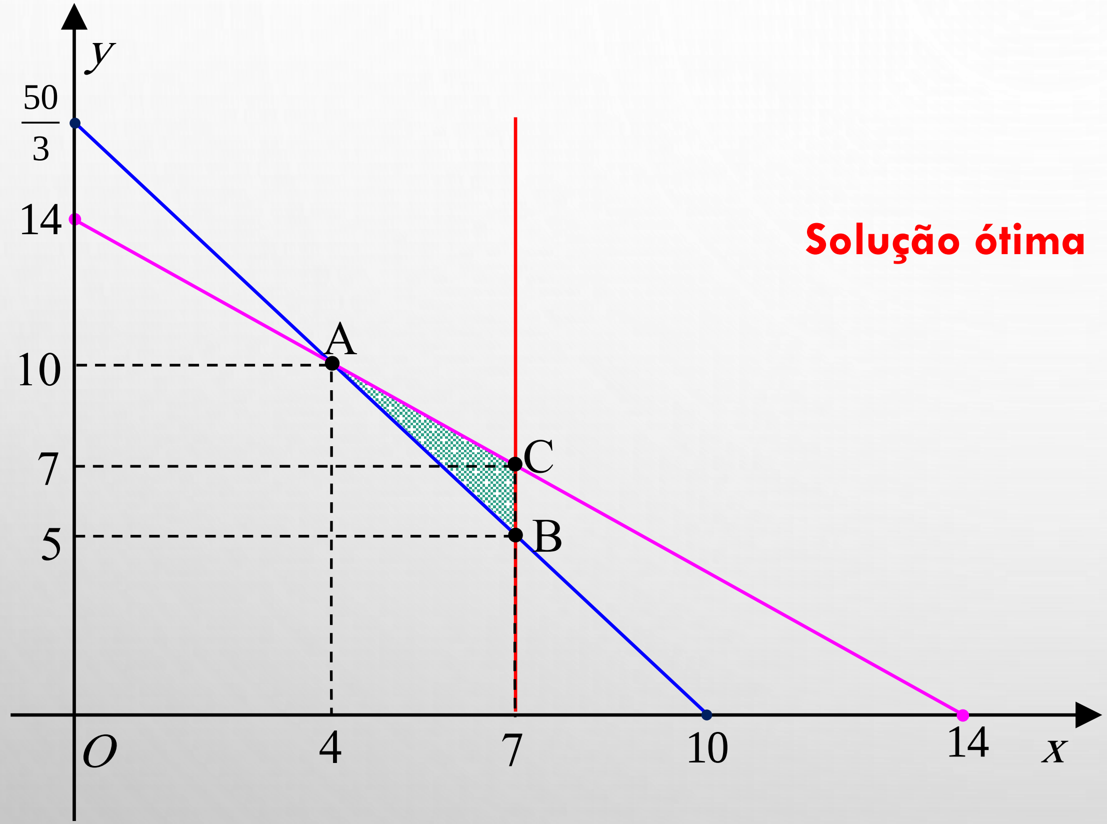
(x, y)	$L(x, y) = 850x + 450y$
A(4, 10)	L(A)=3.400+4.500=7.900
B(7, 5)	L(B)=5.950+2.250=8.200
C(7, 7)	L(C)=5.950+3.150=9.100

Telensino

Matemática B
11.º ano

Proposta de trabalho – 1 Resolução

Telensino



Solução ótima

(x, y)	$L(x, y) = 850x + 450y$
A(4, 10)	L(A)=3.400+4.500=7.900
B(7, 5)	L(B)=5.950+2.250=8.200
C(7, 7)	L(C)=5.950+3.150=9.100

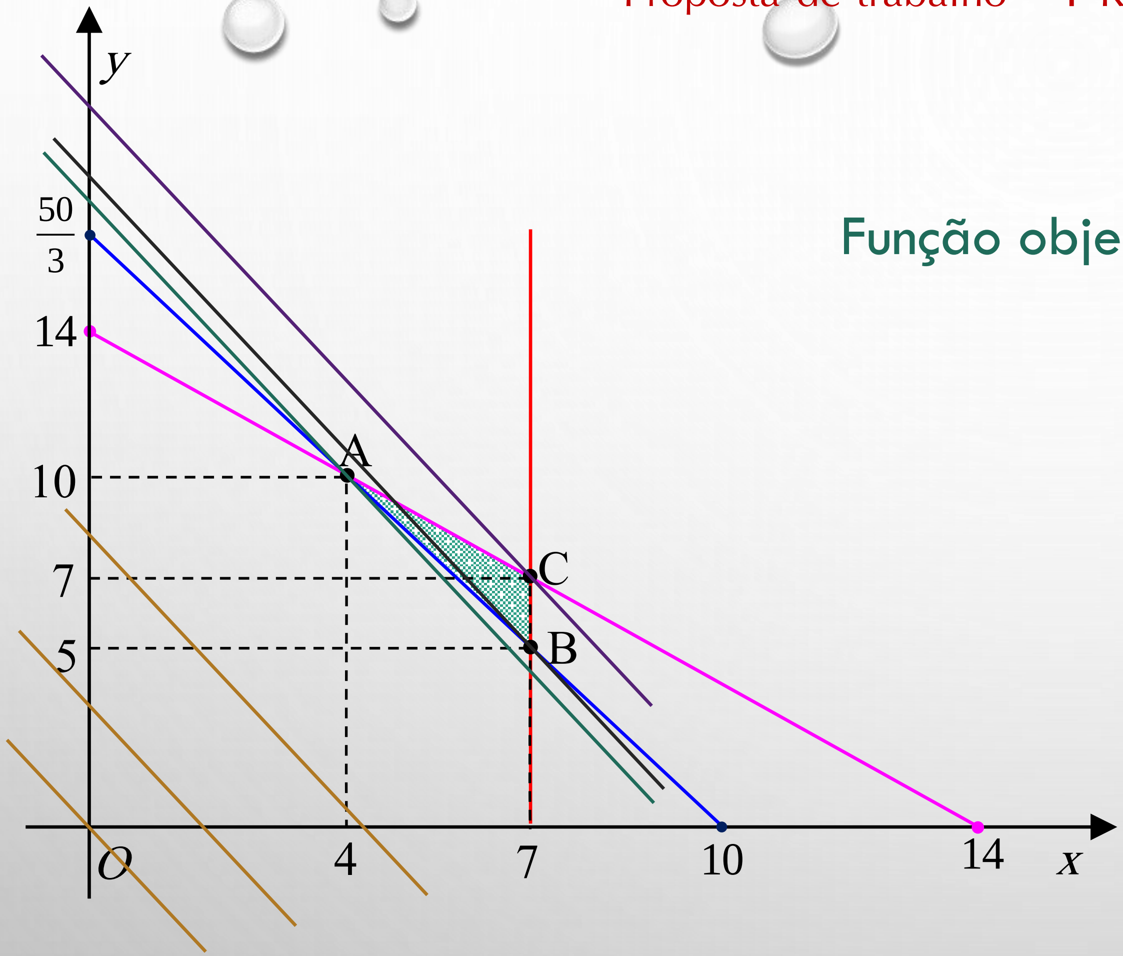
Valor mínimo

Para que o custo da viagem seja o menor possível, 7.900 euros, a agência deve alugar 4 autocarros de 50 lugares e 10 autocarros de 30 lugares.

Matemática B
11.º ano

Proposta de trabalho – 1 Resolução

Retas de nível



Função objetivo $L(x,\ y) = 850x + 450y$

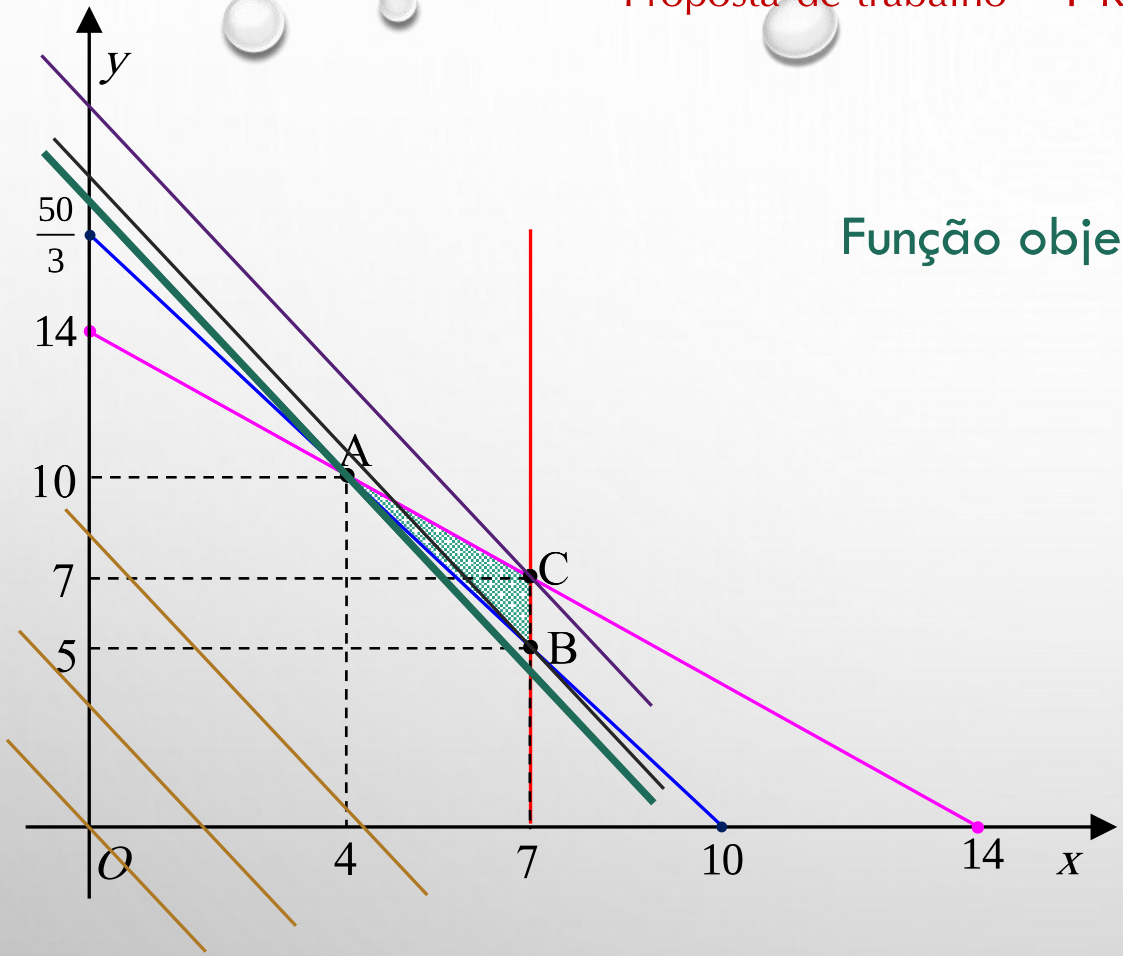
$$L(x,\ y) = 850x + 450y$$

$$\Leftrightarrow \frac{L(x,\ y)}{450} - \frac{85\cancel{0}x}{45\cancel{0}} = \frac{\cancel{450}\,y}{\cancel{450}}$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{17}{9}x + \frac{L(x,\ y)}{450}$$

Proposta de trabalho – 1 Resolução

Telensino



Retas de nível

Função objetivo $L(x,\ y) = 850x + 450y$

$$L(x,\ y) = 850x + 450y$$

$$\Leftrightarrow \frac{L(x,\ y)}{450} - \frac{85\cancel{0}x}{45\cancel{0}} = \frac{\cancel{450}y}{\cancel{450}}$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{17}{9}x + \frac{L(x,\ y)}{450}$$

Matemática B
11.º ano

Proposta de trabalho – 2

A empresa "Citrex" dedica-se à apanha e recolha de citrinos na zona de Vila Real e Braga.

Na época da apanha, esta empresa precisa de criar equipas que vão laborar nestas zonas.

Para criar as equipas, a "Citrex", sabe que:

- *Em Vila Real, cada equipa custa 5 mil euros e tem de ser constituída por 1 chefe e 9 trabalhadores;*
- *Em Braga, cada equipa custa 8 mil euros e tem de ser constituída por 1 chefe e 5 trabalhadores;*
- *Para pôr o projeto no terreno, a "Citrex" dispõe de 20 chefes, 144 trabalhadores e 136 mil euros.*

Determine o **número máximo de equipas** que a empresa pode formar em cada uma destas duas regiões do país.

Indique todas as soluções possíveis.

Telensino

Matemática B
11.º ano

Proposta de trabalho – 2 Resolução

Telensino

- Vila Real: 1 chefe + 9 trabalhadores – 5 mil € por equipa
- Braga: 1 chefe + 5 trabalhadores – 8 mil € por equipa
- Disponibilidade: 20 chefes, 144 trabalhadores e 136 mil euros

$\boldsymbol{x}$: *"n.º de equipas para Vila Real"*

$\boldsymbol{y}$: *"n.º de equipas para Braga"*

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 20 & \text{(relativa ao n.º de chefes)} \\ 9x + 5y \leq 144 & \text{(relativa ao n.º de trabalhadores)} \\ 5x + 8y \leq 136 & \text{(relativa ao dinheiro)} \end{cases}$$

Função objetivo

$$\mathrm{L}(x, y) = x + y$$

Matemática B
11.º ano

Proposta de trabalho – 2 Resolução

Telensino

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 20 \\ 9x + 5y \leq 144 \\ 5x + 8y \leq 136 \end{cases} \Leftrightarrow \quad \dots \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq -x + 20 \\ y \leq -\dfrac{9}{5}x + \dfrac{144}{5} \\ y \leq -\dfrac{5}{8}x + 17 \end{cases}$$

Telensino

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq -x + 20 \\ y \leq -\frac{9}{5}x + \frac{144}{5} \\ y \leq -\frac{5}{8}x + 17 \end{cases}$$

C. A.

Coordenadas de dois pontos das retas:

- $y = -x + 20$ $(0, 20)$ e $(20, 0)$
- $y = -\frac{9}{5}x + \frac{144}{5}$ $(16, 0)$ e $(6, 18)$
- $y = -\frac{5}{8}x + 17$ $(0, 17)$ e $(8, 12)$

$y \;\square\; \square x \;\square\; 20$

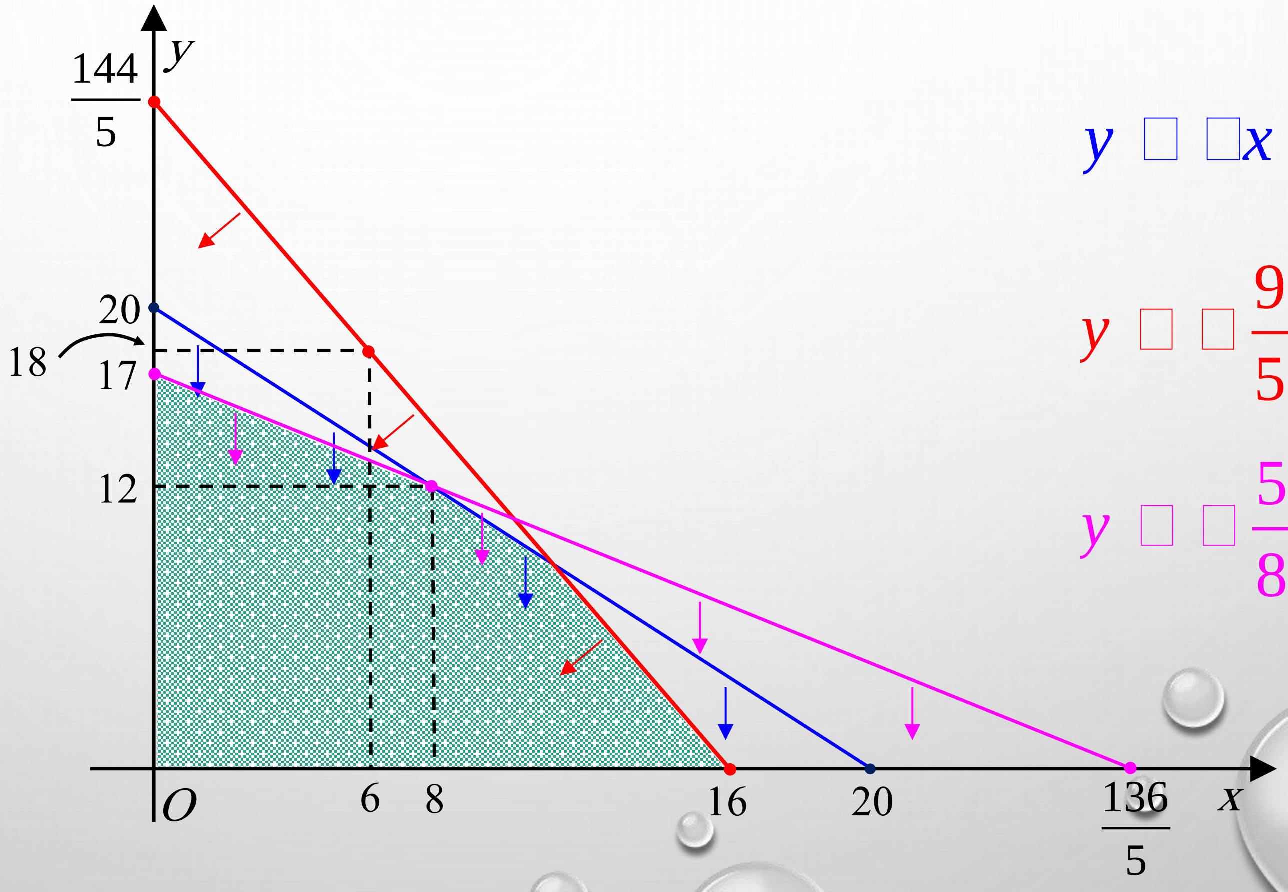
$(0, 20)$ e $(20, 0)$

$y \;\square\; \square\frac{9}{5}x \;\square\; \frac{144}{5}$

$(6, 18)$ e $(16, 0)$

$y \;\square\; \square\frac{5}{8}x \;\square\; 17$

$(0, 17)$ e $(8, 12)$



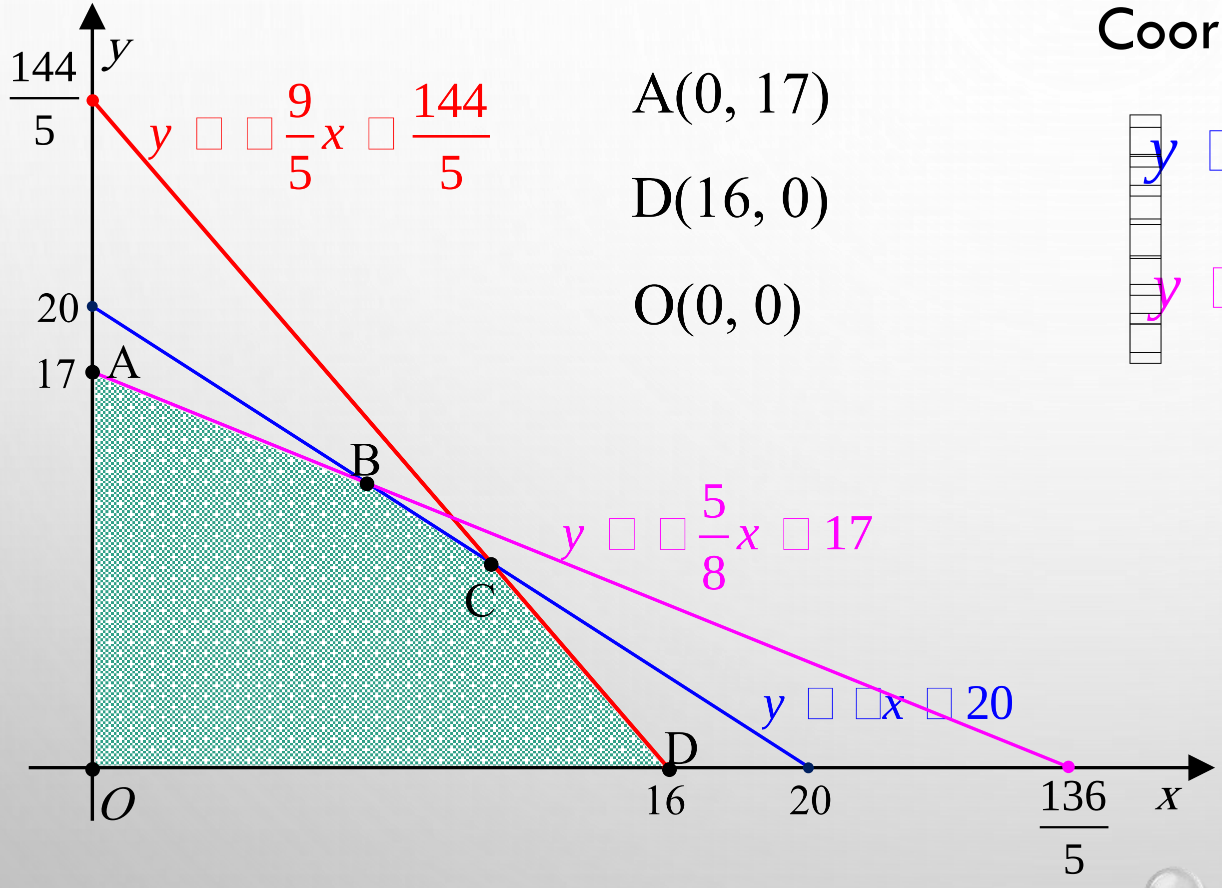
$y \;\square\; \square x \;\square\; 20$

$y \;\square\; \square\frac{9}{5}x \;\square\; \frac{144}{5}$

$y \;\square\; \square\frac{5}{8}x \;\square\; 17$

Proposta de trabalho – 2 Resolução

Telensino



A(0, 17)

D(16, 0)

O(0, 0)

Coordenadas do ponto B

$$\begin{cases} y = -x + 20 \\ y = -\frac{5}{8}x + 17 \end{cases}$$

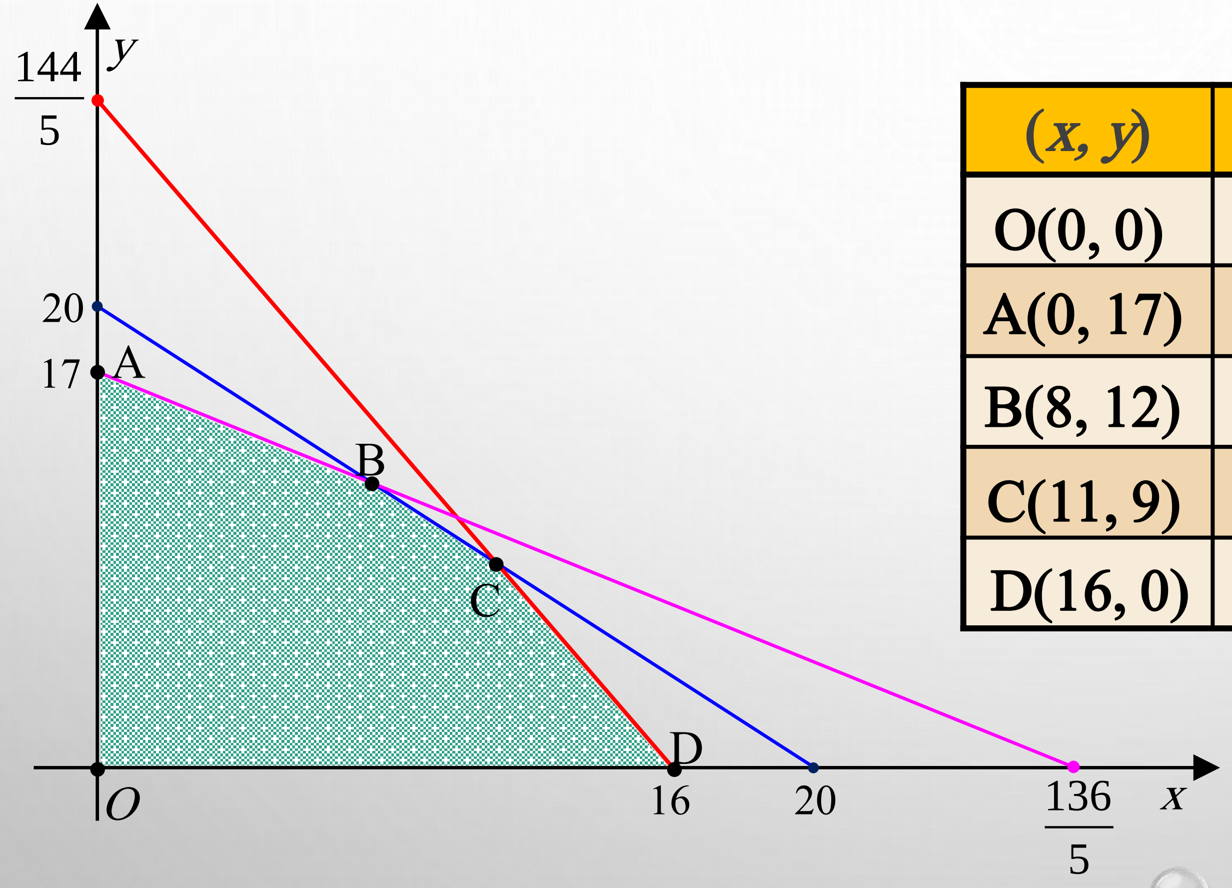
B(8, 12)

Coordenadas do ponto C

$$\begin{cases} y = -x + 20 \\ y = -\frac{9}{5}x + \frac{144}{5} \end{cases}$$

C(11, 9)

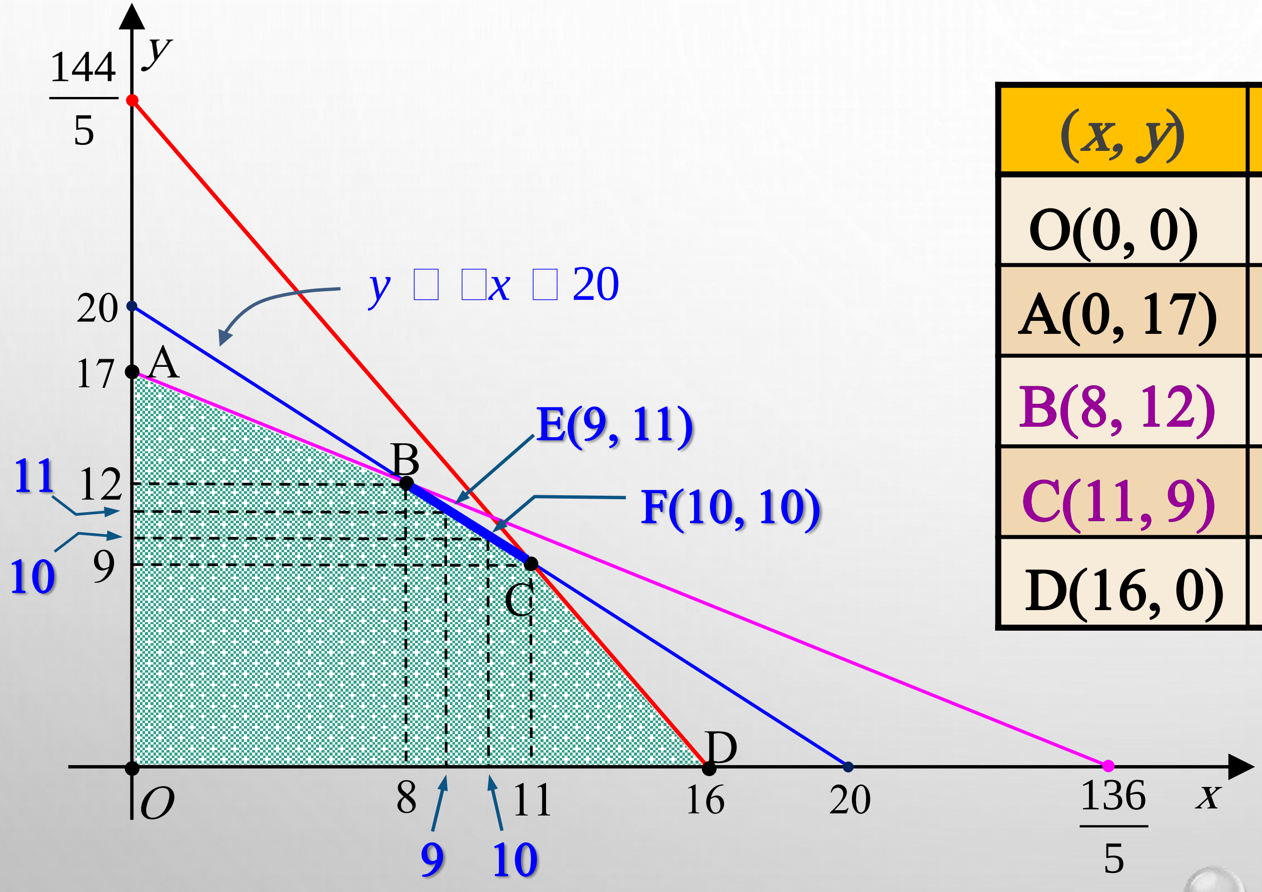
Proposta de trabalho – 2 Resolução



(x, y)	$L(x, y) = x + y$
$O(0, 0)$	$L(0, 0) = 0 + 0 = 0$
$A(0, 17)$	$L(0, 17) = 0 + 17 = 17$
$B(8, 12)$	$L(8, 12) = 8 + 12 = 20$
$C(11, 9)$	$L(11, 9) = 11 + 9 = 20$
$D(16, 0)$	$L(16, 0) = 16 + 0 = 16$

Matemática B
11.º ano

Proposta de trabalho – 2 Resolução



(x, y)	$L(x, y) = x + y$
O(0, 0)	$L(0, 0) = 0 + 0 = 0$
A(0, 17)	$L(0, 17) = 0 + 17 = 17$
B(8, 12)	$L(8, 12) = 8 + 12 = 20$ 20
C(11, 9)	$L(11, 9) = 11 + 9 = 20$ 20
D(16, 0)	$L(16, 0) = 16 + 0 = 16$

Matemática B
11.º ano

Telensino

A empresa tem **quatro soluções** possíveis que maximizam a função objetivo, isto é, o número máximo de equipas de trabalho que é possível constituir, em cada distrito:

- 8 equipas em Vila Real e 12 em Braga;
- 9 equipas em Vila Real e 11 em Braga;
- 10 equipas em Vila Real e 10 em Braga;
- 11 equipas em Vila Real e 9 em Braga.

Matemática B – 11.º ano

2019/2020

Fim